

俞克斌杯杯的 甲子玄機

For 2020
大學指考

丁卯(4)：函數規則

觀念篇

設 A 、 B 為兩個非空集合，

若集合 A 中的任一個元素 x ，都可以在集合 B 中找到唯一的元素 y 與之對應，

這種對應關係稱為由 A 映至 B 的函數關係，以 $f: A \rightarrow B$ 表示。

其中 x 稱為自變數， y 稱為應變數，對應的 y 值稱為 x 的函數值，以 $y = f(x)$ 表示。

因此，函數中 x 與 y 的對應可以一對一或多對一，不可一對多。

(1) 定義域：集合 A 稱為函數 f 的定義域

在實函數中，定義域為使函數 f 有意義的所有實數所成的集合。

故須遵守：平方根式中根號內的數 ≥ 0 ，分式中的分母 $\neq 0$ 。

(2) 對應域：集合 B 稱為函數 f 的對應域。

(3) 值域：所有函數值 $f(x)$ 所成的集合，以 $f(A)$ 表示，即 $f(A) = \{f(x) | x \in A\}$ 。

則 $f(A) \subseteq B$ ，即值域為對應域的部分集合。

例題篇：鑑往之傾向

1. 試問用下列哪一個函數的部分圖形來描述下圖較恰當？

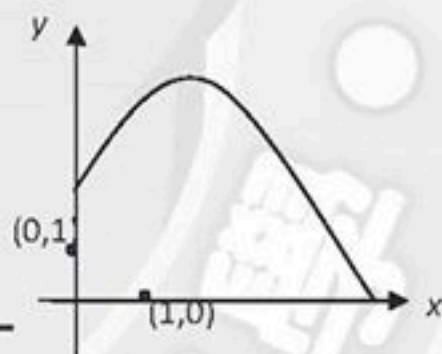
(1) $(x-2)^2 - 2$

(2) $2\sin x + 2$

(3) $2\cos x$

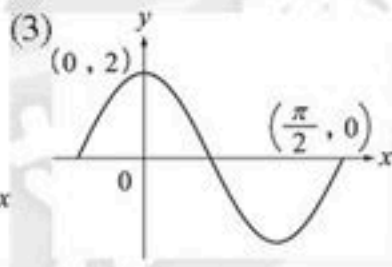
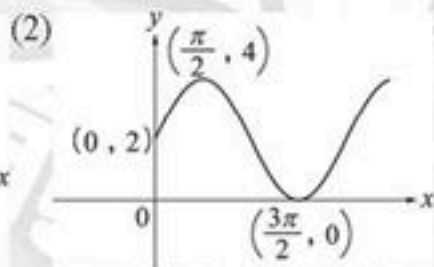
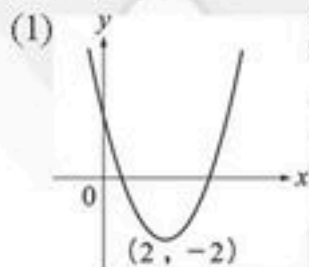
(4) $-0.5(x-2)^2 + 4$

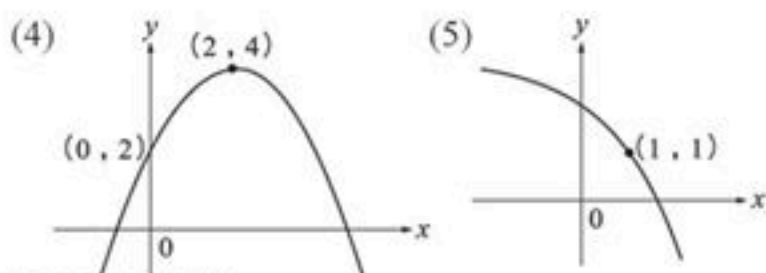
(5) $3 - 2^x$ 【91年大學學測】



答：(4)

解：各函數圖形如圖





原題滿足特徵：

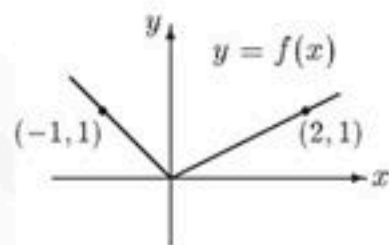
- (1) 通過 y 軸上點接近 $(0, 2)$
 - (2) 通過第一象限點接近 $(2, 4)$
 - (3) 與 x 軸係相交，非相切
- 故選(4)

2. 設 $y = f(x)$ 的圖形是兩條半線，其原點附近的部分圖形如右圖。

令 $h(x) = f(x) - f(x-6)$ ，則 $h(x)$ 有下列那些性質：

- (A) 有最小值 -6
- (B) 有最小值 -3
- (C) 有最小值 0
- (D) 有最大值 3
- (E) 有最大值 6

【85 年大學學測】



答：(A)(D)

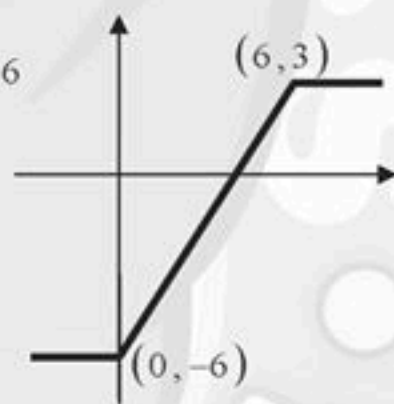
$$\text{解： } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}, \text{ 故 } f(x-6) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-6), & x-6 \geq 0 \\ -(x-6), & x-6 < 0 \end{cases}$$

$$\text{當 } x \geq 6, h(x) = f(x) - f(x-6) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}(x-6) = 3$$

$$\text{當 } 0 \leq x < 6, h(x) = f(x) - f(x-6) = \frac{1}{2}x + (x-6) = \frac{3}{2}x - 6$$

$$\text{當 } x < 0, h(x) = f(x) - f(x-6) = -x + (x-6) = -6$$

如圖：故 $h(x)$ 的最大值為 3 、最小值為 -6



例題篇：知來之對策（含 109 年最新模擬考）

1. 設 $f: A \rightarrow B$ ，令 $f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ 表函數 f 的值域。

已知 $a \in A$ ， $b \in B$ ，則下列敘述何者為真？

(A) $f(a) \in f(A)$

(B) $f(A) \subset B$

(C) $f(a) = b$

(D) $b \in f(A)$

(E) $B \subset f(A)$ 。

答：(A)(B)

2. 試求函數 $f(x) = \frac{1}{(x-5)} \times \sqrt[4]{x-3}$ 之定義域_____。

答： $\{x \mid x \geq 3, x \neq 5\}$