

俞克斌杯杯的 甲子玄機

For 2020
大學指考

辛未(8)：微分第一型定義

觀念篇

(1) 差商：
$$\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

①幾何意義：為 $y=f(x)$ 圖形上

過動點 $P(x, f(x))$ 與定點 $A(a, f(a))$ 兩點的割線斜率。

②物理意義：為 $y=f(x)$ 圖形上

過動點 $P(x, f(x))$ 與定點 $A(a, f(a))$ 兩點的平均變化率。

(2) 導數：
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

①幾何意義：當 $x \rightarrow a$ 時，割線 \overrightarrow{PA} 會非常接近於過 A 點的切線 L 。

因此極限 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 可以視為

函數 $y=f(x)$ 在定點 $A(a, f(a))$ 的切線斜率。

②物理意義：當 $x \rightarrow a$ 時，極限 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 可以視為

為 $f(x)$ 在 $x=a$ 時的瞬間變化率。

例題篇：鑑往之傾向

例題篇：知來之對策（含109年最新模擬考）

1. 已知 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5)$ ， $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{x-5} = \frac{8}{3}$ ，若 $f'(5)$ 存在；則 $f'(5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答： $\frac{8}{3}$

2. 已知 $f(1)=4, f'(1)=7$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 f(1) - f(x^2)}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：-2

3. 已知 $f(1)=7, f'(1)=10$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 f(1) - f(x^5)}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：-29

