

俞克斌杯杯的 甲子玄機

For 2020
大學指考

丙子(13)：切線（未知切點）

觀念篇

1. 假設切點
2. 求原函數的導函數，則切點處之導數亦即切線斜率
3. 藉提示解出切點並切線斜率
4. 利用點斜式，求切線

例題篇：鑑往之傾向

例題篇：知來之對策（含 109 年最新模擬考）

1. 已知 $f(x) = x^3 + 4x + 2$ 圖形之切線與直線 $7x - y - 2 = 0$ 平行的有兩條，則此兩條平行線間的距離為_____。

答： $\frac{4}{\sqrt{50}}$

2. 已知直線 $L: x - y = 0$ 與曲線 $\Gamma: y = x^3 - 3x^2 + ax$ 相切，求 $a =$ _____。

答： $\frac{13}{4}$

3. 求 $\Gamma_1: y = x^3 - 3x$ ， $\Gamma_2: y = x^3 - 3x + 32$ 的公切線方程式。

答： $y = 9x + 16$

4. 若直線 $y - 1 = m(x - 1)$ 與曲線 $y = -x^3 + 2x$ 相切，求 $m =$ _____。

答： $m = -1$

探驪得珠

澀沙淘金 六經讀罷方拈筆
遺貌取神 五嶽歸來不看山

1. 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = a_2 = 3$, $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n - 1$, 其中, $n \in \mathbb{N}$,
 S_n 是 $\{a_n\}$ 前 n 項的和, 則 S_n 的最大值為_____。

答: 8

解: $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n - 1$, 故 $(a_{n+2} - a_{n+1} - 1) = 2(a_{n+1} - a_n - 1)$

$$\begin{cases} (a_3 - a_2 - 1) = 2(a_2 - a_1 - 1) \\ (a_4 - a_3 - 1) = 2(a_3 - a_2 - 1) \\ (a_5 - a_4 - 1) = 2(a_4 - a_3 - 1) \\ \dots \\ (a_n - a_{n-1} - 1) = 2(a_{n-1} - a_{n-2} - 1) \end{cases} \Rightarrow (a_n - a_{n-1} - 1) = 2^{n-2}(a_2 - a_1 - 1)$$
$$\Rightarrow a_n - a_{n-1} - 1 = -2^{n-2}$$
$$\begin{cases} a_2 - a_1 - 1 = -2^0 \\ a_3 - a_2 - 1 = -2^1 \\ a_4 - a_3 - 1 = -2^2 \\ \dots \\ a_n - a_{n-1} - 1 = -2^{n-2} \end{cases} \Rightarrow a_n - a_1 - (n-1) = \frac{-1[1-2^{n-1}]}{1-2}$$
$$\Rightarrow a_n = n + 3 - 2^{n-1}$$
$$\begin{cases} a_2 = a_1 = 3 \\ a_3 = 3 + 3 - 2^2 = 2 \\ a_4 = 4 + 3 - 2^3 = -1 \\ a_5 = 5 + 3 - 2^4 = -8 \\ a_6 = 6 + 3 - 2^5 = -23 \\ \dots \end{cases} \Rightarrow S_n = 3 + 3 + 2 + \underbrace{[-1 - 8 - 23 - \dots]}_{(n+1) \cdot 2^n < 0, n \geq 4}$$

則 S_n 的最大值 $= S_3 = 8$

探驪得珠

灑沙淘金 六經讀罷方拈筆
遺貌取神 五嶽歸來不看山

1. 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = a_2 = 3$ ， $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n - 1$ ，其中， $n \in \mathbb{N}$ ， S_n 是 $\{a_n\}$ 前 n 項的和，則 S_n 的最大值為_____。

全神貫注 全力以赴

3. 計算 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(10+h)^3 + (10+h)^2 + (10+h) + 1] - 1111}{h}$ 之值為_____。

答：321

4. 設 $f(x) = (2x+1)^5$ ，則 $\lim_{a \rightarrow 0} \left[\lim_{b \rightarrow 0} \frac{f(a+b) - f(a) - f(b) + f(0)}{ab} \right] =$ _____。

答：80

5. 若 $f(x) = (2x-1)^4 (x^2 + 3)$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3h) - f(2h)}{h} =$ _____。

答：-24



俞克斌數