

俞克斌杯杯的 甲子玄機

For 2020
大學指考

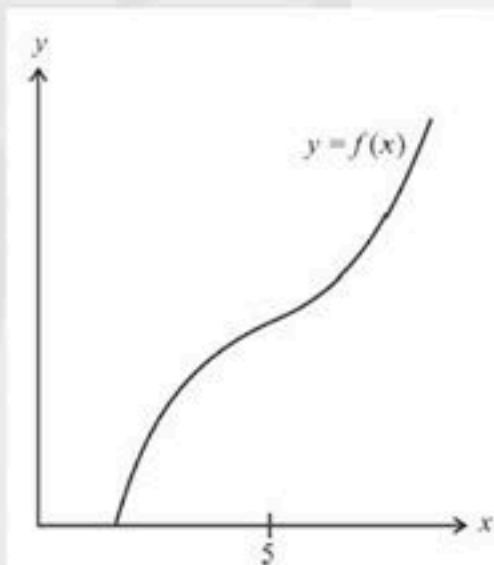
戊寅(15)：遞增遞減

觀念篇

- 設 $f(x)$ 為一函數， x_1, x_2 為區間 $[a, b]$ 內任意兩數。
 - 遞增：當 $x_1 < x_2$ 時，滿足 $f(x_1) \leq f(x_2)$ ，稱 $f(x)$ 在閉區間 $[a, b]$ 上遞增。
 滿足 $f(x_1) < f(x_2)$ ，稱 $f(x)$ 在閉區間 $[a, b]$ 上嚴格遞增。
 - 遞減：當 $x_1 < x_2$ 時，滿足 $f(x_1) \geq f(x_2)$ ，稱 $f(x)$ 在閉區間 $[a, b]$ 上遞減。
 滿足 $f(x_1) > f(x_2)$ ，稱 $f(x)$ 在閉區間 $[a, b]$ 上嚴格遞減。
- 設 $f(x)$ 為至少一次的多項式函數。
 - 對於任意 $x \in$ 開區間 (a, b) ， $f'(x) \geq 0$ 恆成立，
 $\Leftrightarrow f(x)$ 在 (a, b) 上為遞增（或嚴格遞增）函數。
 - 對於任意 $x \in$ 開區間 (a, b) ， $f'(x) \leq 0$ 恆成立，
 $\Leftrightarrow f(x)$ 在 (a, b) 上為遞減（或嚴格遞減）函數。

例題篇：鑑往之傾向

- 設 $f(x)$ 為實係數三次多項式。
 右圖所示為函數 $y=f(x)$ 的圖形，
 其中 $(5, f(5))$ 為反曲點。
 試問 $f(x)$ 的導函數 $f'(x)$
 可能為下列哪一個選項？



- (1) $(x-5)^2 - 1$ (2) $(x-5)^2 + 1$
 (3) $(x-5)^2$ (4) $-(x-5)^2 + 1$
 (5) $-(x-5)^2 - 1$

[99 數甲]

答：(2)

解： $f(x)$ 係「嚴格遞增」， $f'(x)$ 必「恆正（不含 0）」，故(1)(3)(4)(5)必不合

俞克斌數

例題篇：知來之對策（含 109 年最新模擬考）

1. 設三次函數 $f(x) = (3-a)x^3 - 6x^2 - 3ax + 2$ 在整條實數線 R 上為遞增函數，求實數 a 的所有可能值形成的範圍_____。

2. 設函數 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + (a+2)x - 20$ 在實數 R 上為遞減函數，則 a 的範圍為_____。

