

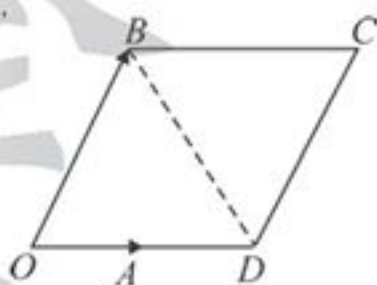
# 倒數 14 天 衝刺 200 題

俞克斌老師

在每標終點線等你(妳)

## 第 29~42 題

29. 如圖所示， $\vec{OA}$  與  $\vec{OB}$  為不平行的兩個非零向量， $|\vec{OB}| = 2|\vec{OA}|$ ，以  $\vec{OB}$  為邊向外作一個菱形  $OBCD$ ，其中  $O$ 、 $A$ 、 $D$  三點共線，若規定下列向量的始點皆在  $O$  點，則下列哪些向量的終點會落在  $\triangle BCD$  的內部？（不含  $\triangle BCD$  的邊界）



- (1)  $\vec{OA} + \vec{OB}$  (2)  $\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$  (3)  $\frac{3}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$   
 (4)  $\frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{3}{2}\vec{OB}$  (5)  $\frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB}$ 。

答：(2)(3)

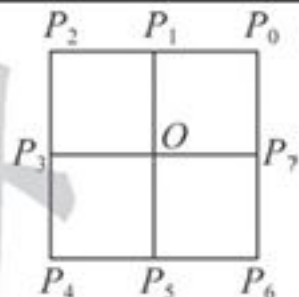
30. 設  $P$  為  $\triangle ABC$  的內部一點， $\vec{AP} = \frac{1}{8}\vec{AB} + \frac{5}{24}\vec{AC}$ ，且直線  $AP$  與  $\overline{BC}$  交於  $D$  點，

下列選項哪些正確？

- (1)  $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 5$   
 (2)  $\overline{AP} : \overline{PD} = 1 : 3$   
 (3) 若  $\triangle ABP$  的面積為 25，則  $\triangle ABC$  的面積為 120  
 (4) 若  $\triangle ABP$  的面積為 25，則  $\triangle ACP$  的面積為 15  
 (5) 若  $\overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 3$ ，則直  $AP$  平分  $\angle CAB$ 。

答：(3)(4)(5)

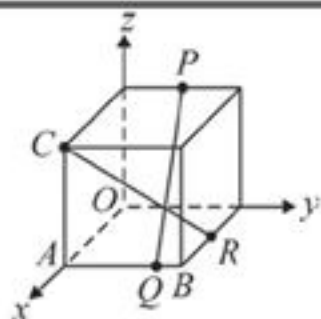
31. 右圖以四個邊長為 1 的小正方形排成一個邊長為 2 的大正方形，其中  $O$  位於大正方形的中心， $P_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 7$ ) 為小正方形的其餘頂點，則  $\vec{OP}_i \cdot \vec{OP}_0$  ( $i=1, 2, \dots, 7$ ) 有幾種不同的值？



- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7。

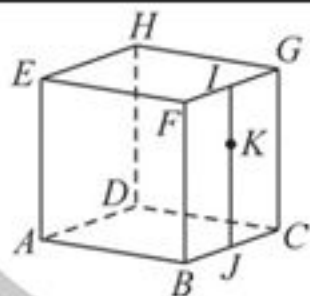
答：(2)

32. 如圖是空間坐標中的一個正立方體，已知點  $C$  的坐標為  $(4, 0, 4)$ ， $P$ 、 $R$  分別為正立方體邊上的中點， $Q$  為邊  $AB$  上一點，且  $\overline{CR}$  與  $\overline{PQ}$  相交於一點，則  $Q$  點坐標為\_\_\_\_\_。



答：(4, 3, 0)

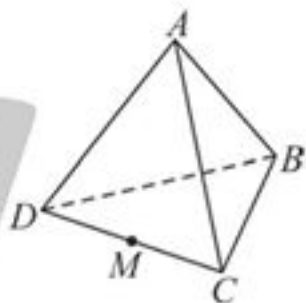
33. 右圖為邊長為1的正立方體， $I$  為  $\overline{FG}$  的中點， $J$  為  $\overline{BC}$  的中點， $\overline{IK} : \overline{KJ} = 1 : 2$ ，直線  $AK$  交平面  $DCGH$  於點  $L$ ，則  $\overline{AL}$  的長為\_\_\_\_\_。



答： $\frac{\sqrt{61}}{3}$

34. 如圖， $ABCD$  是一個正四面體， $M$  為  $\overline{CD}$  中點，選出正確的選項：

- (1)  $\overline{AB} \cdot \overline{AD} < 0$
- (2) 平面  $ACD$  與平面  $BCD$  所夾的二面角小於  $60^\circ$
- (3)  $|\overline{AC} \times \overline{AD}| = 2|\overline{BM} \times \overline{BC}|$
- (4)  $\overline{AM} \cdot (\overline{BD} + \overline{BC}) < 0$
- (5)  $\overline{CD} \cdot (\overline{MA} \times \overline{MB}) > 0$ 。



答：(3)(5)

35. 若  $f'(x) = (x-1)^2(x-2)(x-3)^3(x-4)(x-5)^4$ ，則下列選項哪些正確？

- (A) 在  $x=1$  有極小值 (B) 在  $x=2$  有極小值 (C) 在  $x=3$  有極大值 (D) 在  $x=4$  有極大值 (E) 在  $x=5$  有極大值。

答：(B)(C)

36.  $x \in \mathbb{R}$ ， $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ ，已知在  $x=-2$  有極大值  $p$ ，在  $x=1$  有極小值  $q$ ，且  $p-q=27$ ，求  $a=$ \_\_\_\_\_， $b=$ \_\_\_\_\_， $c=$ \_\_\_\_\_。

答： $a=2$ ， $b=3$ ， $c=-12$

37. 三次函數  $f(x)$  在  $x=1$  有極小值為 0，且  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2} = 9$ ，則  $f(x) =$ \_\_\_\_\_。

答： $f(x) = x^3 - 3x + 2$

38. 下列哪些選項的條件可以決定唯一的三次函數？

- (A)  $f(1)=1, f(2)=2, f(3)=3, f(4)=4$   
(B)  $f(1)=1, f(2)=2, f(3)=3, f'(4)=4$   
(C)  $f(1)=1, f(2)=2, f'(3)=3, f'(4)=4$   
(D)  $f(1)=1, f'(2)=2, f'(3)=3, f'(4)=4$   
(E)  $f'(1)=1, f'(2)=2, f'(3)=3, f'(4)=4$ 。

答：(B)(C)

39. 若方程式  $x^3 + 3kx^2 - k = 0$  有兩個虛根，求  $k$  的範圍為\_\_\_\_\_。

答：  $-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}, k \neq 0$

40. 右圖的方程式應為下列哪一選項最為合宜？

- (A)  $y = x^3 + x^2 - 1$  (B)  $y = x^3 - x^2 + 1$   
(C)  $y = x^3 - x^2 - 1$  (D)  $y = -x^3 + x^2 + 1$   
(E)  $y = -x^3 - x + 1$ 。



答：(B)

41. 若三次函數  $f(x)$  滿足  $f(1) < 0, f(2) > 0, f(3) < 0, f(4) > 0$ ，則下列哪些選項之值必定為正？

- (A)  $f(5)$  (B)  $f'(4)$  (C)  $f'(3)$  (D)  $f''(4)$  (E)  $f''(1)$ 。

答：(A)(B)(D)

42. 求  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\int_3^x \sqrt{t + \sqrt{t-2}} dt}{x-3} = ?$

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5。

答：(2)