

倒數 14 天 衝刺 200 題

俞克斌老師

在每標終點線等你(妳)

第 183~196 題

183. 若 $A(a)$ 、 $B(b)$ 為實數線上兩點，且 a 、 b 滿足下列大小關係 $a-b > a+b > ab > \frac{a}{b}$ ，

則下列哪些選項必正確？

- (1) $b > 0$ (2) $a < 0$ (3) $a > 0$ (4) $(1-a)(1-b) < 1$ (5) $-1 < b < 0$ 。

答：(3)(4)(5)

184. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知多項式函數 $f(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 8x^2 + Kx + 32$ ， K 為實數。

若 $\sqrt{3} - i$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的根，則下列選項何者正確？

- (1) $-\sqrt{3} - i$ 為 $f(x) = 0$ 的根 (2) $K = -16$ (3) 方程式 $f(x) = 0$ 只有虛根
(4) $x - 4$ 可能是 $f(x)$ 的因式 (5) $f(x)$ 有二次的整係數因式。

答：(1)

185. 若 $f(x)$ 為領導係數為 1 之三次實係數多項式、 $g(x)$ 為次數小於等於二次之實係數多項式。若 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 圖形皆通過 $(1, a)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(-1, b)$ ，則下列哪些選項正確？

(1) $f(x)$ 中 x^2 項係數為 $\frac{a+b}{2}$ (2) 若 $a+b=0$ ，則 $y = g(x)$ 的圖形為一直線

(3) $g(x) = \frac{a}{2}x(x+1) - \frac{b}{2}x(x-1)$

(4) 若 $a+b=0$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形可能與 x 軸相交三相異點

(5) 若 $a+b=0$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形可能與 x 軸恰交二相異點。

答：(1)(2)(4)

克斌

注 赴

186. 在坐標平面上，直線 $y=a$ ($a>0$) 與 $y=3^x$ 、 $y=9^x$ 的圖形分別交於點 A 、 B ，以 d_a 表示此兩點距離，即 $d_a = \overline{AB}$ ，請選出正確的選項：

(1) $d_3 = \frac{1}{3}$ (2) $d_{27} = d_{\frac{1}{27}}$ (3) $d_8 + d_{10} < 2$

(4) 對任意小於1的正數 a ， d_a 恆小於27

(5) 若 p 、 q 、 r 三數皆大於1且成等比數列，則 d_p 、 d_q 、 d_r 三數成等差數列。

答：(2)(3)(5)

187. 已知 $f(x) = x^2 - x + k$ ，且 $\log_2 f(a) = 2$ ， $f(\log_2 a) = k$ ， $a > 0$ 且 $a \neq 1$ 。若 $f(\log_2 x)$ 的最小值為 m ，則 $a+k+m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

答： $\frac{23}{4}$

188. 平面上有一正六邊形 $ABCDEF$ ，則下列哪一個選項之值最大？

(1) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ (2) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}|$ (3) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}|$ (4) $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$ (5) $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}|$ 。

答：(4)

189. 若點 $P(a, b)$ 是圓 $x^2 + y^2 = 1$ 上的動點，點 $Q(c, d)$ 是圓 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ 上的動點，則下列敘述哪些正確？

(1) $a(c-3) + b(d-4)$ 的最大值是2 (2) $ab + (c-3)(d-4)$ 的最大值是4

(3) $ac + bd$ 的最大值是6 (4) 行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的最大值是7

(5) $(a-c)^2 + (b-d)^2$ 的最大值是8。

答：(1)(4)

190. 在空間直角坐標系中有一點 $A(3, 4, 5)$ ， xy 平面上有一圓 C ，其圓心為原點 O 、半徑為 $\sqrt{2}$ ， P 為圓 C 上的點且向量 \overrightarrow{OA} 與 \overrightarrow{OP} 所圍三角形面積為整數，則這樣的 P 點有多少個？

(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12。

答：(2)

191. 如圖所示，已知平行六面體 $ABCD-PQRS$ 的底面 $ABCD$ 為菱形，且 M 為 \overline{BD} 中點。

若 $\angle RCB = \angle RCD = \angle BCD = 60^\circ$ ， $\overline{CD} = 2$ ， $\overline{CR} = \frac{3}{2}$ ，則下列哪些選項正確？

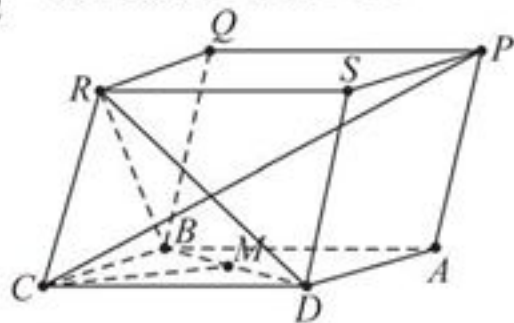
(1) $\overline{MC} = \sqrt{3}$

(2) $\overline{MR} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) 平面 BDR 與平面 BDC 的夾角為 60°

(4) $\overline{RC} \perp \overline{BD}$

(5) 若 $\frac{\overline{CR}}{\overline{CD}} = \frac{1}{2}$ (其餘條件不變)，則 \overline{CP} 垂直平面 BDR 。



答：(1)(4)

192. 右圖 $ABCD-EFGH$ 是一個長方體。

直線 \overrightarrow{AC} 的方程式是 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ ，

直線 \overrightarrow{FH} 的方程式是 $L_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-1}$ ，

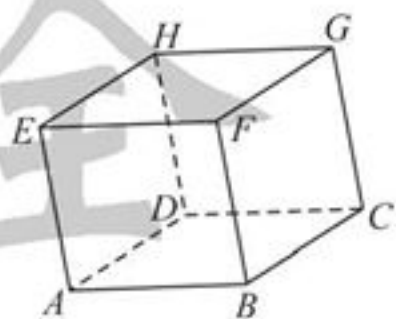
且點 $A(3, -1, 2)$ ，令線段 \overline{AC} 的中點為 M ，

線段 \overline{FH} 的中點為 N ，求：

(1) M 、 N 的坐標是？

(2) $\sin \angle AMB = ?$

(3) 長方體 $ABCD-EFGH$ 的體積是？



答：(1) $M(1, 1, 1)$ 、 $N(1, 2, 3)$ (2) $\frac{\sqrt{30}}{6}$ (3) $15\sqrt{6}$

193. 平面直角坐標系中有一點 $P(4, 3)$ ，有三個矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 、

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

， A 、 B 、 C 分別將 P 點變換至 Q 點、 R 點、 S 點，則下列哪些選項

正確？

(1) $\overline{PQ} = 6$ (2) B 矩陣為平面直角坐標系中繞著原點逆時針旋轉 $\frac{\pi}{3}$ 之變換矩陣

(3) 若 n 為自然數且 $B^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 n 被 6 所整除

(4) C 矩陣為平面直角坐標系中對稱直線 $y = -\sqrt{3}x$ 之變換矩陣

(5) $\overline{PQ} > \overline{PS} > \overline{PR}$ 。

答：(1)(3)

194. 因應節能減碳及環境保護等綠色政策與思維，各級地方政府積極推動腳踏車的租賃。以某市為例，持一卡通、悠遊卡及信用卡民眾可1次租借1輛自行車，費率計算方式為每車每次租車時間不超過30分鐘免費，超過30分鐘的部分每30分鐘10元（不足30分鐘，以30分鐘計）。志明、春嬌兩人相互獨立來租車（各租一車一次）。設志明、春嬌不超過30分鐘還車的機率為 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ；30分鐘以上且不超過1小時還車的機率分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ ，兩人租車時間都不會超過1.5小時，則下列哪些選項正確？

(1) 志明所付租車費用高於春嬌所付租車費用的機率為 $\frac{7}{18}$

(2) 志明所付租車費用的變異數為 $\frac{325}{9}$

(3) 兩人同時超過1小時還車的機率為 $\frac{1}{36}$

(4) 兩人所付租車費用相同的機率為 $\frac{13}{36}$

(5) 兩人所付租車費用之和為隨機變數 X ，則數學期望值 $E(X)$ 為18元。

答：(1)(3)(4)

195. 方程式 $x^5 - 1 = 0$ 的根為 $x_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}$ ，其中 $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ，則：

(1) $x^5 - 1 = (x-1)(x^2 - \alpha x + 1)(x^2 + \beta x + 1)$ ，其中 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = ?$

(2) $x^2 - \alpha x + 1 = (x - x_i)(x - x_j)$ ，其中 $0 \leq i < j \leq 4$ ，則數對 $(i, j) = ?$

(3) 利用(2)，求 $\cos \frac{2\pi}{5} = ?$

答：(1) $(\alpha, \beta) = \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$ (2) (1, 4) (3) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$

196. 已知實係數方程式 $ax^3 - 3x^2 + 1 = 0$ 恰有一實根，且此實根為正數，則實數 a 的範圍為_____。

答： $a < -2$