

倒數 30 天

衝刺 300 題

六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第一冊第一輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

1. 試問下列哪些選項是正確的？

(1) $\sqrt{0.\bar{1}} = 0.\bar{3}$ (2) $1 - 0.\bar{71} = 0.\bar{28}$ (3) $0.\bar{6} \times 0.\bar{3} = 0.\bar{2}$ (4) $\frac{2}{0.\bar{9}} > 2$ (5) $\frac{0.\bar{37}}{1.1\bar{2}} = 0.\bar{3}$ 。

答：(1)(2)(3)(5)

2. 設 $\sqrt{40 - 10\sqrt{15}} = n + \alpha$ ， n 為正整數， α 為純小數，則 $\sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + 3}$ 之值為_____。

答： $\sqrt{65}$

3. 設 $f(x)$ 為三次多項式， $g(x)$ 為二次多項式且 $f(x) - g(x) = x^3$ ，若 $g(-1) = g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 且 $f(x)$ 除以 $x - 2$ 的餘式為 -10 ，求 $f(x)$ 的各項係數和為_____。

答： -3

4. 下列哪些選項的不等式解為「 $x < -3$ 或 $x > 1$ 」？

(A) $(x+3)(x-1) < 0$ (B) $(x+1)^4 > 4(x+1)^2$
(C) $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x + 3) > 0$ (D) $(x+4)^{2020}(x+3)^{2023}(x-1)^{2025} > 0$
(E) $(x^2 - 3x - 10)^4(x^2 + 4x + 3)^3(x^2 - 1)^3 > 0$ 。

答：(B)(C)

5. 放射性元素碳 14 是考古學上常用的利器，生物在生存的時候，由於進行呼吸作用，其體內的碳 14 含量大致不變；而生物死去後停止呼吸，此時體內的碳 14 開始減少，考古學家會根據死亡生物體的體內殘餘碳 14 成分來推斷它的存在年齡。

最近考古學家在非洲掘出一生物化石，其碳 14 的含量是正常含量的 $\frac{9}{100}$ ，

若碳 14 的半衰期約為 6000 年，試估計此生物大約為_____年前的生物。

答：21000

6. 設 $a > 1$ ，可推測 $\log_a 81 + \log_3 a^2$ 之值可能為下列哪些選項？

- (1) $\sqrt{31}$ (2) $3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $5.\bar{8}$ (5) $\log_2 65$ 。

答：(2)(4)(5)

進階必勝題

1. 設數線上兩點 A 與 B 之長度為 $\sqrt{14} - \sqrt{52}$ ，

將 \overline{AB} 平分 15 等分之等分點由左而右依序為 a_1, a_2, \dots, a_{14} 。

今取 P 點的坐標是 a_2 並以 \overline{AB} 為直徑畫圓周，在此圓周上一點 Q 滿足 $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ 。

若令 \overline{PQ} 之長度為 $a\sqrt{2} + b\sqrt{26}$ ，則有理數 a 與 b 之總和 $a+b$ 化成最簡分數 = _____。

答： $\frac{4}{5}$

2. 設二次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $-3 \leq f(0) \leq 2$ ， $-4 \leq f(1) \leq -1$ ， $-2 \leq f(2) \leq 5$ ，

則下列關於 $f(x)$ 之函數值的敘述哪些是正確的？

- (1) $f(3)$ 之最大值為 29 (2) $f(3)$ 之最小值為 -87 (3) $f(4) = 3f(0) - 8f(1) + 6f(2)$
(4) $f(5)$ 之最大值為 122 (5) $f(5)$ 之最小值為 -183。

答：(1)(3)(4)

3. 設 a 為一負整數，若 x 的一元三次方程式 $f(x) = 2x^3 - (2a+1)x^2 + (a+2)x - 1 = 0$ 有一正有理根 q 與兩個虛根 α 、 β ，則：

(1) $1 < q < 2$ (2) $a + 2q = 0$ (3) $\bar{\alpha} = \beta^2$ ($\bar{\alpha}$ 為 α 的共軛複數)

(4) 滿足 $f(x) \geq 0$ 的最小實數為 $\frac{1}{2}$ (5) $\alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4} + 1 = 0$ 。

答：(2)(4)(5)

4. 設 x 是三位數的正整數，已知 $\log x$ 的尾數為 α 且 $0.05 < \alpha < 0.06$ ，若 x^7 是 n 位正整數且其最高位（最左邊）的數字是 k ，則正整數對 (n, k) 為下列哪個選項？

- (1) (14, 2) (2) (14, 3) (3) (15, 2) (4) (15, 3) (5) (22, 2)。

答：(3)