

倒數 30 天

衝刺 300 題

六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第二冊第一輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

1. 級數 $15^2 + 17^2 + 19^2 + 21^2 + \dots + 39^2$ 的總和被 1000 除的餘數為 _____。

答：205

2. 已知高中某班的 40 位同學中，
國文、英文、數學期末考及格的人數分別有 30 人、20 人、28 人，
國文與英文及格但數學不及格的有 8 個人，
只有數學及格的有 4 人，英文與數學及格的有 10 人，三科都不及格的有 1 人，
若三科都及格的有 a 人，只有英文不及格的有 b 人，
則數對 (a, b) 為下列哪一個選項？
(1)(4, 10) (2)(4, 20) (3)(7, 20) (4)(7, 14) (5)(10, 14)。

答：(4)

3. 下列有關組合的問題，哪些選項是正確的？

(1) $C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + C_3^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10} = 1024$

(2) $C_1^{10} + C_3^{10} + C_5^{10} + C_7^{10} + C_9^{10} = 512$

(3) $C_0^{10} - C_1^{10} \cdot \frac{1}{2} + C_2^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \dots + C_8^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^8 - C_9^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^9 + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$

(4) $C_0^{10} \cdot 2^{10} + C_1^{10} \cdot 2^9 + C_2^{10} \cdot 2^8 + \dots + C_9^{10} \cdot 2 + C_{10}^{10} = 3^{10}$

(5) $C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + C_2^5 + \dots + C_2^{10} = C_3^{10}$ 。

答：(1)(2)(3)(4)

4. 設摸彩箱有 10 支籤，其中有 2 支有獎，假設每支籤被抽中的機會均等，今甲、乙、丙三人依序各抽一支籤，抽出後不放回，則下列敘述哪些是正確的？

(1) 甲抽中有獎籤的機率等於丙抽中有獎籤的機率

(2) 丙是第二位中獎者的機率為 $\frac{2}{45}$

(3) 甲、乙均抽中有獎籤的機率大於乙、丙均抽中有獎籤的機率

(4) 已知甲、乙恰有一人中獎，則丙沒有中獎的條件機率為 $\frac{14}{45}$

(5) 已知丙有中獎，則甲、乙均無人中獎的條件機率為 $\frac{7}{9}$ 。

答：(1)(2)(5)

5. 有甲、乙兩箱，甲箱裝有6顆白球、4顆黑球；乙箱裝有 n 顆球，顏色只有黑、白兩色。今任意選擇一箱後取出一球（甲乙兩箱被選到的機會均等，同一箱中的球被選到的機會均等），已知取出的是白球的條件下，此球來自甲箱的機率為 $\frac{9}{19}$ ，試問 n 的可能值為何？

(1)10 (2)11 (3)12 (4)13 (5)14。

答：(3)

6. 有一組二維數據 (x_i, y_i) , $i=1, 2, 3, \dots, n$ ，已知 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y=2x+1$ 且 x 的標準差 $\sigma_x=3$ ， y 的標準差 $\sigma_y=7$ ，另有一組二維數據 (u_i, v_i) ，滿足

$$u_i = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x}, v_i = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}, i=1, 2, 3, \dots, n, \text{ 其中 } \mu_x, \mu_y \text{ 分別為 } x, y \text{ 的算術}$$

平均數； σ_x, σ_y 分別為 x, y 的標準差，下列選項哪些是正確的？

(1) x 與 y 的相關係數 $r_{xy} > 0.8$

(2) 若 $x_i > 0, i=1, 2, 3, \dots, n$ ，則 $\mu_x > \mu_y$

(3) 若 $x_i > 0, i=1, 2, 3, \dots, n$ ，則 $\mu_u < \mu_v$ ，其中 μ_u, μ_v 分別為 u, v 的算術平均數

(4) $\sigma_u < \sigma_v$ ，其中 σ_u, σ_v 分別為 u, v 的標準差

(5) v 對 u 的迴歸直線方程式為 $v = \frac{6}{7}u$ 。

答：(1)(5)

進階必勝題

1. 設一數列 $\langle a_n \rangle$ ，已知此數列中的每一項減去1後會形成一個公比為2的等比數列 $\langle b_n \rangle$ ，若 $a_5 = 49$ ，關於下列選項中的敘述，試選出正確的選項。

(A) 數列 $\langle b_n \rangle$ 中，任意相鄰兩項都有 $b_{n+1} = 2b_n$ (B) $b_6 = \sqrt{b_2 \times b_{10}}$ (C) $a_3 = 7$

(D) 數列 $\langle a_n \rangle$ 中，任意相鄰兩項都有 $a_{n+1} = 2a_n + 1$

(E) 設 $c_n = a_{n+1} - a_n$ ，則數列 $\langle c_n \rangle$ 是一個首項為3且公比為2的等比數列。

答：(A)(B)(E)

2. 某次數學考試有四題多選題，每題皆有(1)、(2)、(3)、(4)、(5)五個選項且至少有一個選項是正確的，每題答對得5分，未答者不給分，只錯一個可獲3分，錯兩個可獲1分，錯三個或三個以上不給分，則下列哪些選項是正確的？

(1)每題都有作答，共有625種不同的答案

(2)小安這四題都有作答共得12分，則小安這四題的得分情形有19種

(3)若第一題的正確答案為選項(1)、(2)，且小安此題得到1分，則他的作答方式有9種可能

(4)若第二題的正確答案為(1)、(2)、(3)，且小安此題得到1分，則他的作答方式有10種可能

(5)若第三題的正確答案為(1)、(2)、(3)、(4)，且小安此題得到1分，則他的作答方式有11種可能。

答：(2)(3)(4)

3. 將1,2,3,4,6,7,8,9共8個數字任意放入右方8個格子裡，每個格子恰好放入一個數字，則下列敘述哪些正確？

(1)1和9兩個數字的格子位在同一橫列的機率為 $\frac{1}{2}$

(2)每一行下方的數字都比上方數字大的機率為 $\frac{1}{16}$

(3)每一行下方的數字都比上方數字大且每一列右方的數字都比左方數字大的機率為

$$\frac{1}{16} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{24} = \frac{1}{9216}$$

(4)每一行兩個數字相加都等於10的機率為 $\frac{1}{1680}$

(5)每一行的兩個數字和都是偶數的機率為 $\frac{3}{35}$ 。

答：(2)(5)

4. 設有4筆數據資料 $(x_1, y_1) = (1, 3)$ 、 $(x_2, y_2) = (2, 5)$ 、 $(x_3, y_3) = (3, 4)$ 、 $(x_4, y_4) = (2, 4)$ ，今小峻以最小平方方法求 y 對 x 的迴歸直線方程式 $L: y = a + bx$ ，由小峻的計算過程得到下列結果：

$$[3 - (a + b)]^2 + [5 - (a + 2b)]^2 + [4 - (a + 3b)]^2 + [4 - (a + 2b)]^2 = 4(a + 2b - 4)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}, \text{ 試求 } a - b = \underline{\hspace{2cm}}。$$

答： $\frac{5}{2}$