

倒數 30 天

衝刺 300 題

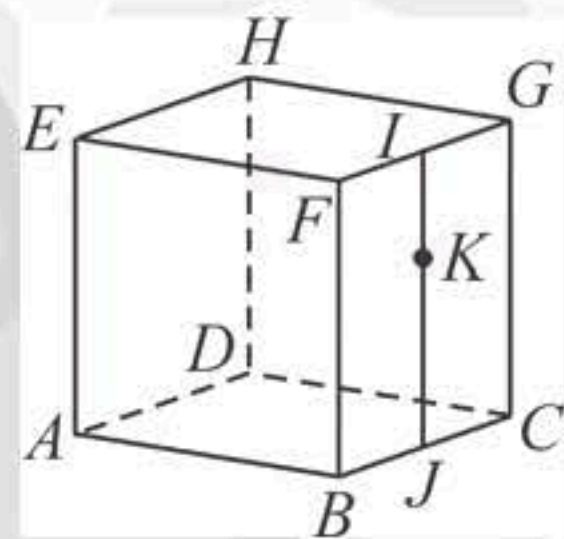
六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第四冊第一輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

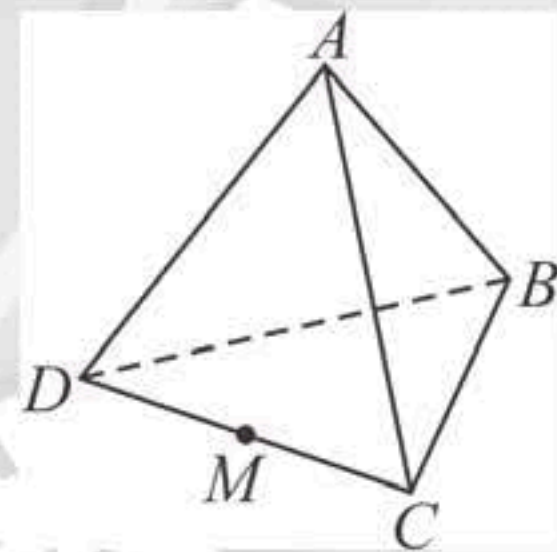
1. 右圖為邊長為1的正立方體， I 為 \overline{FG} 的中點， J 為 \overline{BC} 的中點， $\overline{IK} : \overline{KJ} = 1 : 2$ ，直線 AK 交平面 $DCGH$ 於點 L ，則 \overline{AL} 的長為_____。



答： $\frac{\sqrt{61}}{3}$

2. 如圖， $ABCD$ 是一個正四面體， M 為 \overline{CD} 中點，選出正確的選項：

- (1) $\overline{AB} \cdot \overline{AD} < 0$
- (2) 平面 ACD 與平面 BCD 所夾的二面角小於 60°
- (3) $|\overline{AC} \times \overline{AD}| = 2 |\overline{BM} \times \overline{BC}|$
- (4) $\overline{AM} \cdot (\overline{BD} + \overline{BC}) < 0$
- (5) $\overline{CD} \cdot (\overline{MA} \times \overline{MB}) > 0$



答： (3)(5)

3. 已知 $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (3, 10, -15)$ 、 $\vec{a} \times \vec{b} = (8, 4, -6)$ 及 $\vec{b} = (2, 2, 4)$ ，求由 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三向量所展開的平行六面體體積 = _____。

答： 34

4. 根據調查長途旅客搭乘高鐵及台鐵的習慣，
 每年高鐵保有 60% 的顧客於隔年繼續搭乘高鐵，
 有 40% 的顧客於隔年轉向搭乘台鐵；
 而台鐵保有 50% 的顧客於隔年繼續搭乘台鐵，
 有 50% 的顧客於隔年轉向搭乘高鐵。
 已知目前高鐵及台鐵旅客的市場占有率分別為 20% 及 80%，
 且顧客的總人數不變，下列各敘述何者正確？
- (1) 第一年後，高鐵的市場占有率為 52%
 (2) 第二年後，台鐵的市場占有率為 40%
 (3) 若高鐵及台鐵的經營會趨於穩定，在穩定狀態下，高鐵的市場占有率為 75%
 (4) 在穩定狀態下，高鐵的市場占有率與台鐵的市場占有率之比約為 5:4

答：(1)(4)

5. 有關矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 與矩陣 $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ，試問下列哪些選項是正確的？
- (A) $AB = BA$ (B) $A^2 B = BA^2$ (C) $A^{11} B^3 = B^6 A^5$ (D) $AB^{12} = A^7$
 (E) $(ABA)^{15} = AB^{15} A$ 。

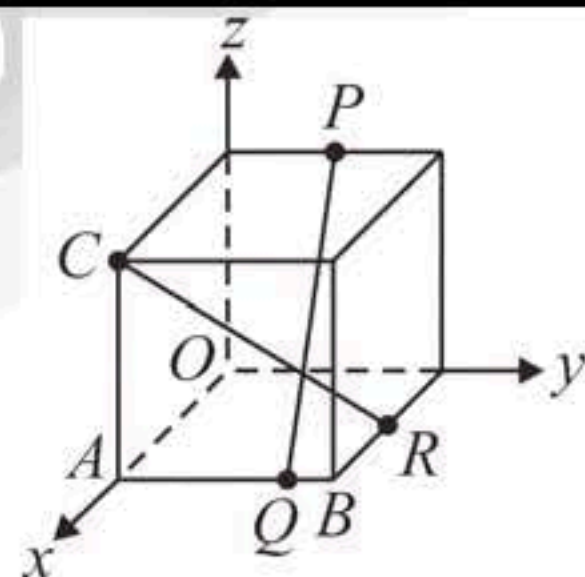
答：(B)(D)(E)

6. 有三個平面變換 A 、 B 、 C ，
 A 為對 $x + y = 0$ 鏡射，
 B 為 x 軸方向伸縮為 3 倍，且 y 軸方向伸縮為 5 倍，
 C 為沿 y 軸方向推移 x 坐標的 4 倍。
 若依序經 A 、 B 、 C 的作用，其效果等同於二階方陣 P 的線性變換；
 若依序經 C 、 B 、 A 的作用，其效果等同於二階方陣 Q 的線性變換，
 求 $P = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $Q = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答： $\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -5 & -12 \end{bmatrix}$ ， $\begin{bmatrix} -20 & -5 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

進階必勝題

1. 如圖是空間坐標中的一個正立方體，已知點 C 的坐標為 $(4, 0, 4)$ ， P 、 R 分別為正立方體邊上的中點， Q 為邊 AB 上一點，且 CR 與 PQ 相交於一點，則 Q 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



答：(4, 3, 0)

2. 關於平面 $E: x+y-z=1$ ，直線： $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$ ，

$L_2: \frac{x-8}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-8}{1}$ ， $L_3: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{1}$ ，下列敘述哪些正確？

(1) L_1 、 L_2 為相交兩直線 (2) 直線 L_2 平行平面 E

(3) 若一平面 E_1 包含直線 L_1 與 L_3 ，則 $(5, 1, 7)$ 為平面 E_1 的一個法向量

(4) 若一平面 E_2 包含直線 L_2 且平行 L_1 ，則平面 E_2 必平行選項(3)中的平面 E_1

(5) 若點 P 在直線 L_1 上，且點 Q 在直線 L_2 上，則 \overline{PQ} 的最短距離為 $5\sqrt{3}$ 。

答：(4)(5)

3. 坐標平面中，試問下列哪一個向量不能表示成向量 $\vec{a}=(1, 1, 1)$ 與 $\vec{b}=(4, 3, 2)$ 的線性組合？

(1) $(0, 0, 0)$ (2) $(9, 8, 7)$ (3) $(9, 7, 8)$ (4) $(7, 8, 9)$ (5) $(4, 3, 2)$ 。

答：(3)

4. 已知兩方程式組為 $\begin{cases} x-y=u \\ -x+3y=v \end{cases}$ ， $\begin{cases} 4u+3v=p \\ u+2v=q \end{cases}$ ，若 x, y, p, q 四個未知數的關係式

以矩陣表示為 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$ ，其中 M 為 2 階方陣，則 M 的所有元素總和為_____。

答： $\frac{1}{5}$