

倒數 30 天

衝刺 300 題

六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第五冊第一輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

1. 百貨公司慶開幕，推出刮刮樂彩券活動。
此彩券共 9 格，其中四個 1、三個 2、二個 3，
規定只能刮兩格來對獎，否則作廢。

右圖為彩券的一種型式。

若任刮兩格之數字相同，則可得此數字的 100 倍之等值折價券，

若此兩格數字不同，則只領紀念品。

試問：

(1) 只能領紀念品的機率是多少？

(2) 刮刮樂彩券刮得折價券金額的期望值為多少元？(元以下四捨五入)

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 |
| 2 | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 3 |

答：(1) $\frac{13}{18}$ (2) 42 元

2. 已知有一枚硬幣，擲出正面的機率為 $\frac{2}{3}$ ，則：

(1) 擲五次，恰有三次正面的機率為_____。

(2) 擲 n 次，恰四次正面的機率為 p_4 ，恰五次正面的機率為 p_5 ，若 $6p_4 = p_5$ ，

求 $n =$ _____。

答：(1) $\frac{80}{243}$ (2) 19

3. 擲一銅板 n 次，正面次數的期望值為 65，反面次數的期望值為 85，則正面次數的標準差最接近的整數為_____。

答：6

4. 方程式 $\log x - \sin x = 0$ 在下列哪些範圍內至少有一個實數解？

(1) $0 < x < \pi$ (2) $\pi < x < 2\pi$ (3) $2\pi < x < 3\pi$ (4) $3\pi < x < 4\pi$ (5) $x > 4\pi$ 。

答：(1)(3)

5. 遊樂區中有一圓形摩天輪，中心軸高22公尺，直徑40公尺，逆時針方向運轉一圈需時15分鐘。當摩天輪開始運轉時，恰坐在離地最近的位置上， x 分鐘後，離地的高度可表為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ， $a > 0$ 且 $b > 0$ ，試問下列選項有哪些是正確的？

(1) $a = 20$ (2) $a > d$ (3) $b = \frac{2\pi}{15}$ (4) $c = 0$ (5) $d = 2$ 。

答：(1)(3)

6. ① $-3 = -3(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ)$
 ② $-3i = 3(\cos 90^\circ - i \sin 90^\circ)$
 ③ $1+i = \sqrt{2}(\sin 45^\circ + i \cos 45^\circ)$
 ④ $-1-i = 1(\cos 180^\circ + i \sin 270^\circ)$
 ⑤ $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

老柯在練習將一複數 $a+bi$ 化成極式的寫法，試問上面五個小題中，他寫對了幾個？

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4。

答：(2)

進階必勝題

1. 憲銘與他的5位朋友玩一個躲貓貓的遊戲，遊戲規則如下：前方有4扇門，由憲銘當「鬼」，其他5個人隨機選擇前方4扇門進入門後的房間，已知每扇門後面的房間最多可以容納3個人，當所有人都進入門後，將門關起，讓「鬼」猜測沒有人之房間的數量，門後房間沒有人的情況下稱為空房，若此遊戲中空房數量的期望值為 a 間，標準差為 b 間，則 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答： $\left(\frac{7}{8}, \frac{\sqrt{23}}{8}\right)$

2. 擲兩顆公正骰子，以較大的點數為隨機變數 X ，以較小的點數為隨機變數 Y ，求 X 與 Y 的機率分布表，與期望值 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $E(Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，並判定標準差 σ_X 與 σ_Y 是否相等。

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P_X | | | | | | |
| Y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P_Y | | | | | | |

答： $E(X) = \frac{161}{36}$ ， $E(Y) = \frac{91}{36}$ ， $\sigma_x = \sigma_y$

3. 下列各選項中的值，何者最小？

(1) $\sin 1 + \cos 1$ (2) $\sin 2 + \cos 2$ (3) $\sin 3 + \cos 3$ (4) $\sin 4 + \cos 4$ (5) $\sin 5 + \cos 5$ 。

答：(4)

4. 有相異四複數 z_1, z_2, z_3, z_4 ，其中

$$z_1 - z_2 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1), \quad z_1 - z_3 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2),$$

$$z_1 - z_4 = r_3 (\cos \theta_3 + i \sin \theta_3), \quad z_2 - z_3 = r_4 (\cos \theta_4 + i \sin \theta_4),$$

$$z_2 - z_4 = r_5 (\cos \theta_5 + i \sin \theta_5), \quad z_3 - z_4 = r_6 (\cos \theta_6 + i \sin \theta_6),$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = k > 0, \quad r_4 = 2, \quad r_5 = 3, \quad r_6 = 4, \quad \text{求 } k = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (\text{化為最簡根式})$$

答： $\frac{8\sqrt{15}}{15}$



俞克斌數