倒數 30 天
衝刺 300 題
六冊五輪總複習
俞克斌 在奪標終點線等你(妳)

第六冊第二輪（每日 10 題 時間 50 分鐘）

基本必考題

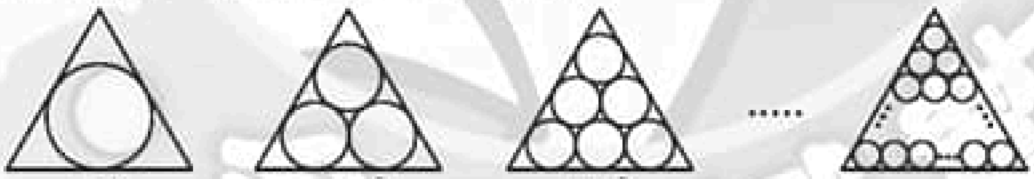
1. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+n^2}{1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2}$ 的極限值為：
(1)不存在　(2)0　(3)1　(4)2　(5)3。

答：(5)

2. 求極限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n+1}}{\sqrt{n-3}-\sqrt{n-1}}=$______。

答：-1

3. 一個邊長為1的正三角形，其內部有等圓之三角形堆垛如圖所示，
其中相鄰兩圓彼此外切，外圍的圓與正三角形的邊相切。
設與正三角形每邊相切之圓個數為n時，其堆垛中所有圓面積和為S_n，
試回答下列問題：(此題答案不需有理化)



$n=1$　$n=2$　$n=3$　……

(1)與正三角形每邊相切圓個數為3時，圓半徑為何？
(2)與正三角形每邊相切圓個數為n時，圓半徑為何？
(3)試求 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$？

答：(1)$r=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$　(2)$r=\dfrac{1}{2\sqrt{3}+2n-2}$　(3)$\dfrac{\pi}{8}$

4. 下列有關極限的觀念與運算，請選出正確的選項：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)}{4+7+10+\cdots\cdots+(3n+1)}\right)=\dfrac{4}{9}$　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\dfrac{2^k-5}{3^{k+2}}\right)=-\dfrac{1}{18}$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{27}-\dfrac{1}{81}+\cdots\cdots+(-1)^{n-1}\times\dfrac{1}{3^n}\right)=\dfrac{1}{4}$

(4) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　(5) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{\sqrt{x+4}-\sqrt{6}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{7}}\right)=\dfrac{\sqrt{42}}{6}$。

答：(2)(3)(5)

5. 若以點$(1,2)$為切點且與$y=f(x)=x^3-6x^2+11x-4$函數圖形相切的直線為L，則：

(1)L直線的方程式為________。

(2)L與$y=f(x)$兩函數圖形所圍成的封閉區域面積為________。

答：(1) $2x-y=0$　(2) $\dfrac{27}{4}$

6. 已知三次多項式$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$，若$f(x)$除以$(x+1)(x-2)$的餘式為3，且$\int_{-3}^{3}f(x)dx=0$，則數對$(a,b,c)=$______。

答：$(-1,-2,3)$

進階必勝題

1. 下列哪些選項正確？

(1) 若$\lim\limits_{x\to p^+}f(x)\neq\lim\limits_{x\to p^-}f(x)$，則$f(x)$在$x=p$處不連續

(2) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x}{x^2-1}-\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{x^2-1}$

(3) 若$\lim\limits_{x\to a}f(x)$、$\lim\limits_{x\to a}g(x)$均存在，且$\lim\limits_{x\to a}g(x)\neq0$，則$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}$

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots\cdots+n}{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3}{n^2}+\cdots\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2}$

(5) 設$\langle a_n\rangle$、$\langle b_n\rangle$為無窮數列，若$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=2015$，且$\lim\limits_{n\to\infty}(a_n-b_n)=0$，則$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=2015$。

答：(1)(3)(5)

2. 設n是正整數，若將$\left(2+\sqrt{3}\right)^n$展開化簡後為$a_n+b_n\times\sqrt{3}$，且$a_n$、$b_n$皆為實數數列，那麼極限$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{a_n}{b_n}\right)$之值最接近下列哪個選項？

(1)$\sqrt{11}$　(2)$\sqrt{10}$　(3)$\sqrt{5}$　(4)$\sqrt{3}$　(5)$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$。

答：(4)

3. 已知$k\in N$且$1\le k\le n$，已知$C_k:\left(x-\sqrt{k}\right)^2+\left(y-2n\right)^2=1$，$L_k:2nx-\sqrt{k}\,y=1$，其中$O_k$表示$C_k$的圓心，若$d\left(O_k,L_k\right)$表示圓心$O_k$到直線$L_k$的最短距離，則$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}d\left(O_k,L_k\right)$之值為何？

(1)0　(2)$\dfrac{1}{3}$　(3)$\dfrac{1}{2}$　(4)$\dfrac{2}{3}$　(5)$\dfrac{3}{4}$。

答：(3)

4. 設t、s皆為實數，已知方程式$x^2+tx+s=0$有兩實根為α、β，且$\alpha^2+\beta^2<2$，若滿足如此條件的所有數對(s,t)在xy平面上的圖形為T，則T繞x軸旋轉一圈所得旋轉體的體積為________。

答：2π