

倒數 30 天

衝刺 300 題

六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第五冊第三輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

1. 甲乙兩人比賽，約定先勝 3 局可獨得獎金 10000 元，假設比賽時，每局甲乙兩人獲勝的機率相等。現已知賽局第一局是甲獲勝，則下列敘述哪些是正確的？
- (1) 甲再連勝第 2、3 局的機率為 $\frac{1}{4}$
- (2) 甲可獨得獎金 10000 元的機率為 $\frac{9}{16}$
- (3) 乙可獨得獎金 10000 元的機率為 $\frac{5}{16}$
- (4) 若甲勝第一局後，賽局因故中止，則甲應分得獎金 6250 元
- (5) 若甲連勝兩局後，賽局因故中止，則乙應分得獎金 1250 元

答：(1)(3)(5)

2. 擲一公正骰子 100 次，設隨機變數 X 的值為出現 6 點的次數。若 p_k 表 X 取值為 k 的機率 ($k=0, 1, 2, \dots, 100$)，則下列哪一個選項最大？
- (1) p_{50} (2) p_{51} (3) p_{15} (4) p_{16} (5) p_{17}

答：(4)

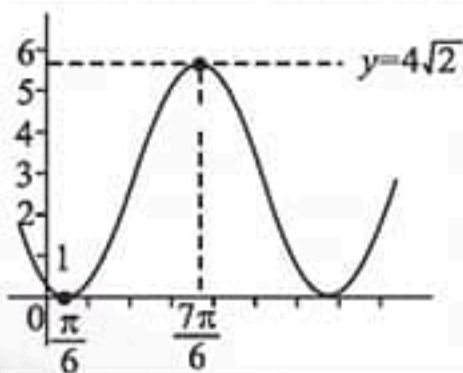
3. 已知 $-\frac{1}{3} \leq \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \leq \frac{2}{3}$ ，則 $\sin 2\alpha$ 最大值與最小值的和為下列何者？
- (1) $\frac{1}{3}$ (2) 0 (3) $-\frac{10}{9}$ (4) $-\frac{8}{9}$ (5) $\frac{5}{9}$

答：(3)

4. 函數 $y = a\sin x + b\cos x + c$ 的部分圖形如圖所示。

則下列哪些選項正確？

- (1) $c > 5$
 (2) $a + b = c$
 (3) $a^2 + b^2 = c^2$
 (4) 函數圖形的週期為 2π
 (5) 此函數圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形經適當伸縮與平移得到。



答：(3)(4)(5)

5. 已知複數 z_1 為 1 的 8 次方根， z_2 為 16 的 4 次方根。今在高斯平面上，若點 P 表示複數 z_1 ，點 Q 表示複數 z_2 ，點 O 為原點，則 $\triangle OPQ$ 的面積可能為何？

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。

答：(1)(2)(4)

6. 試求內接於單位圓的正七邊形之所有對角線與所有邊長的總乘積為_____。

(提示：令 $\omega = \cos \frac{2}{7}\pi + i \sin \frac{2}{7}\pi$ ，可假設正七邊形的七個頂點為複數平面上的 $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5, \omega^6$ 七個點來求出本題)

答： $7^{\frac{7}{2}}$

進階必勝題

1. 阿彬因為每天晚上與女朋友熱線到半夜，所以每天早自修都有 $\frac{2}{3}$ 的機率會遲到，且每天早自修是否會遲到為互相獨立。已知該校每週上課日有 5 天早自修，一學期共有 18 週上課日，毛老師規定學生每週上課日只要有 3 天以上（包含 3 天）的早自修遲到，就以記一次愛校服務作為處罰。設隨機變數 X 表示阿彬於一週上課日的早自修遲到之天數，而隨機變數 Y 表示阿彬於一學期上課日因為早自修遲到而被記愛校服務的次數，則：

- (1) 阿彬於一週當中有多少的機率會因為早自修遲到而被記愛校服務？
 (2) 試求隨機變數 X 的期望值？
 (3) 試求隨機變數 Y 的期望值？

答：(1) $\frac{64}{81}$ (2) $\frac{10}{3}$ (天) (3) $\frac{128}{9}$ (次)

2. 隨機變數 X 與 Y 的期望值分別以 $E(X)$ 與 $E(Y)$ 表示，變異數以 $Var(X)$ 與 $Var(Y)$ 表示，標準差以 $\sigma(X)$ 與 $\sigma(Y)$ 表示。請選出下列正確的選項：

- (1) 設 a, b 為常數，若 $Y = aX + b$ ，則 $E(Y) = aE(X) + b$
- (2) 設 a, b 為常數，若 $Y = aX + b$ ，則 $Var(Y) = |a|Var(X)$
- (3) 若 $E(X) > E(Y)$ ，則 $E(X^2) > E(Y^2)$
- (4) 若 $E(X) > E(Y)$ ，且 $E(X^2) > E(Y^2)$ ，則 $\sigma(X) > \sigma(Y)$
- (5) 若 $E(X) > E(Y)$ ，且 $Var(X) > Var(Y)$ ，則 $E(X^2) > E(Y^2)$

答：(1)(5)

3. 下列各個選項，請選出正確的敘述：

- (1) 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，方程式 $2\cos 3x = 2^x$ 有 2 個相異實根
- (2) 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，方程式 $|\sin x| + |\cos x| = \frac{x}{10}$ 有 1 個實根
- (3) 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，方程式 $2\cos 3x = |\sin x| + |\cos x|$ 有 5 個相異實根
- (4) 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，方程式 $\frac{x}{10} = \log_2 x$ 有 2 個相異實根
- (5) 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時，方程式 $2\cos 3x = \frac{x}{10}$ 有 6 個相異實根。

答：(5)

4. 複數平面上三點 P 、 Q 、 R 對應三個複數 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 ，

且 $|Z_1| = \sqrt{2}$ 、 $|Z_2| = \sqrt{5}$ 、 $|Z_3| = 3$ ，若原點 O 為 $\triangle PQR$ 的重心，

則 $\overline{Z_2} \cdot Z_3$ 的實部為_____。

答：-6