

倒數 30 天

衝刺 300 題

六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

第五冊第四輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

基本必考題

1. 各公司業務員的獎金會跟他的成交業績相關，假設某公司有三種產品，公司給業務員的獎金制度為產品成交金額的百分之五。甲業務員在公司往年的成交比率如附表，若今天甲業務員接待了一個客戶，此客戶想要購買一個產品，且他挑選各產品的機會均等，請問甲業務員的獎金期望值為多少？

產品	價格	成交	交易失敗
A	100 萬	60%	40%
B	120 萬	30%	70%
C	150 萬	10%	90%

(1) 37 萬元 (2) 5.55 萬元 (3) 4.32 萬元 (4) 1.85 萬元 (5) 1.44 萬元。

答：(4)

2. 已知投擲兩枚相同的不公正硬幣 120 次，出現兩個正面的期望值為 58.8 次。今連續擲此兩枚硬幣兩次，每次均為一正一反的機率最接近下列哪個選項？

(1) 0.10 (2) 0.12 (3) 0.14 (4) 0.16 (5) 0.18

答：(5)

3. 自一副 52 張的撲克中，每次翻一張，依序翻完。

若第 1 張是 A，或第 2 張是 2，或第 3 張是 3，……，或第 11 張是 J，或第 12 張是 Q，或第 13 張是 K，或第 14 張是 A，或第 15 張是 2，……，或第 52 張是 K，只要發生一次我們就稱為一次配對成功（所以最多 52 次配對成功）。則翻完 52 張牌，配對成功次數的期望值為何？

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{4}{13}$ (3) $\frac{13}{4}$ (4) 4 (5) 13。

答：(4)

4. 坐標平面上，直線 $y = \frac{1}{2}x$ 與函數 $y = \csc\left(\frac{2}{3}x + \pi\right) + 1$ 的圖形在 y 軸右側的交點由左而右依序為 A_1 、 A_2 、 A_3 、……。若以 x_k 表示點 A_k 的 x 坐標，並定義數列 $\langle c_n \rangle = \langle x_{n+1} - x_n \rangle$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n =$ _____。(化為最簡分數)

答： $\frac{3}{2}\pi$

5. 設 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\cos 2x}$ ， $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\cos 2x}$ ，而 $h(x) = f(x) + g(x)$ ，

對於 x 為實數，則下列選項哪些正確？

- (1) $y = f(x)$ 之週期為 π (2) $y = g(x)$ 之週期為 $\frac{\pi}{2}$
(3) $y = h(x)$ 之週期為 $\frac{\pi}{2}$ (4) $y = f(x)$ 之極大值為 1
(5) $y = h(x)$ 之極小值為 0

答：(1)(3)(4)

6. 設 $z = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ ，試問複數 $1-z$ 的主幅角為以下哪一選項？

- (1) $\frac{2\pi}{7}$ (2) $\frac{12\pi}{7}$ (3) $\frac{13\pi}{7}$ (4) $\frac{19\pi}{14}$ (5) $\frac{23\pi}{14}$

答：(5)

進階必勝題

1. 一張考卷中有 10 題是非題，正確的答案記 \circ ，不正確的答案記 \times 。
小美每一題都隨機填入一個 \circ 或一個 \times ，試問下列選項何者正確？
(1) 全部答對的機率大於 0.001 (2) 至少答對一題的機率小於 0.999
(3) 至少答對五題的機率等於 0.5
(4) 假設每題 10 分，則小美此張考卷分數的期望值為 50 分
(5) 小美答對題數的標準差是 2.5 題。

答：(4)

2. 設 $a > 0$ ，已知 $f(x) = 4\sin\left(ax - \frac{\pi}{12}\right) + 3\cos\left(ax + \frac{5\pi}{12}\right)$ 的週期為 $\frac{\pi}{2}$ ，

則在 $\frac{17\pi}{24} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ 時， $f(x)$ 的最小值為下列何者？

- (1) -1 (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (4) $-\frac{1}{2}$ (5) 0。

答：(3)

3. 考慮函數 $f(x) = |\sin x + \cos x|$ 和 $g(x) = |\sin x| + |\cos x|$ ，其中 x 為任意實數。

關於兩函數的敘述，選出正確的選項。

- (1) 函數 $f(x)$ 和函數 $g(x)$ 的最大值相同
- (2) 函數 $f(x)$ 和函數 $g(x)$ 的 (最小正) 週期相同
- (3) 函數 $f(x)$ 和函數 $g(x)$ 都是偶函數
- (4) 對任意實數 x ，函數 $g(x) \geq 1$
- (5) 對任意實數 x ，函數 $f(x)$ 的值必定大於或等於函數 $g(x)$ 的值。

答：(1)(4)

4. (1) 解方程式 $z^6 + z^4 + z^2 + 1 = 0$ 。

(2) 承(1)，已知 $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$ 為方程式 $z^6 + z^4 + z^2 + 1 = 0$ 的 6 個根，求以此六根在複數平面上所對應的點 $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$ 為頂點所圍成的六邊形面積。

(3) 承(2)， P 為 $2i$ 在複數平面上所對應的點，求 $PZ_1 \cdot PZ_2 \cdot PZ_3 \cdot PZ_4 \cdot PZ_5 \cdot PZ_6$ 的值。

答：(1) $i, -i, \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i, -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$ (2) $\sqrt{2} + 1$ (3) 51