

95 年大學入學學科能力測驗試題

俞克斌老師 編授

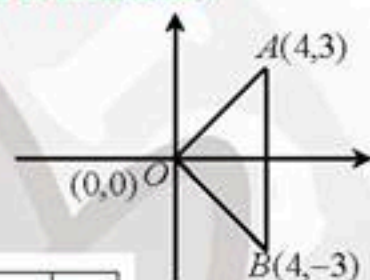
第一部分：選擇題

壹、單選題

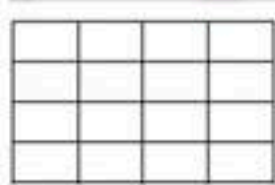
1. 設一元二次整係數方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一根為 $4 + 3i$ 。若將此方程式的兩根與原點在複數平面上標出，則此三點所圍成的三角形面積為
 (1) 5 (2) 6 (3) 12 (4) 16 (5) 24 【95 學測】

答：3 (99 課綱第五冊第二章三角函數) (複數平面) (數甲、非學測非社會組範圍)

解：利用『虛根成雙 (共軛) 定理』得知：第二根為 $4 - 3i$ 。則在『高斯 (複數) 平面』上相對於點 $(4, 3)$ 、 $(4, -3)$ 與『原點』構成一『底為 6、高為 4 的等腰三角形』其面積為 12



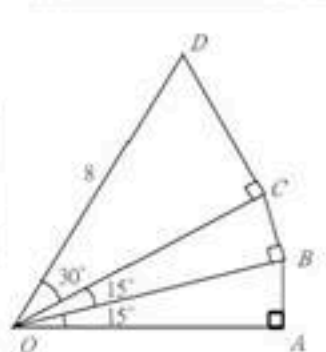
2. 在右圖的棋盤方格中，隨機任意取兩個格子。選出的兩個格子不在同行 (有無同列無所謂) 的機率為
 (1) $\frac{1}{20}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{4}{5}$
 【95 學測】



答：5 (99 課綱第二冊第三章機率) (古典機率)

解：樣本空間 $\underbrace{C_2^{16}}_{\substack{16 \text{ 格中} \\ \text{任選 2 格}}} = 120$ 、事件 $\underbrace{C_2^4}_{\substack{\text{選出} \\ \text{2 行}}} \times \underbrace{C_1^4}_{\substack{\text{每行} \\ \text{任選一格}}} \times \underbrace{C_1^4}_{\substack{\text{每行} \\ \text{任選一格}}} = 96$ 。機率 = $\frac{96}{120} = \frac{4}{5}$

3. 右圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD} = 8$ 。問：直角三角形 OAB 的高 AB 為何？
 (1) 1 (2) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (3) $\sqrt{7} - 1$
 (4) $\sqrt{3}$ (5) 2 【95 學測】



答：4 (99 課綱第三冊第一章三角) (二倍角公式、特別角)

解： $8 \times \cos 30^\circ \times \cos 15^\circ \times \sin 15^\circ$
 $= 4 \times \cos 30^\circ \times \sin 30^\circ = 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}$

4. 下列哪一個數值最接近 $\sqrt{2}$?
 (1) $\sqrt{3} \cos 44^\circ + \sin 44^\circ$ (2) $\sqrt{3} \cos 54^\circ + \sin 54^\circ$ (3) $\sqrt{3} \cos 64^\circ + \sin 64^\circ$
 (4) $\sqrt{3} \cos 74^\circ + \sin 74^\circ$ (5) $\sqrt{3} \cos 84^\circ + \sin 84^\circ$ 【95 學測】

答：4 (99 課綱第五冊第二章三角函數) (三角疊合) (非學測範圍)

解： $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \right] = 2 [\sin (60^\circ + \theta)] = \sqrt{2}$

顯然 $60^\circ + \theta = 135^\circ \Rightarrow \theta = 75^\circ$

5. 在養分充足的情況下，細菌的數量會以指數函數的方式成長，
 假設細菌 A 的數量每兩個小時可以成長為兩倍，細菌 B 的數量每三個小時可以成長為三倍。
 若養分充足且一開始兩種細菌的數量相等，
 則大約幾小時後細菌 B 的數量除以細菌 A 的數量最接近 10？
 (1) 24 小時。 (2) 48 小時。 (3) 69 小時。 (4) 96 小時。 (5) 117 小時。【95 學測】

答：5 (99 課綱第一冊第三章指數、對數函數) (生活指數、指數對數運算律、取對數)

解：設 t 小時後可達成，則 $\frac{(3)^{\frac{t}{3}}}{(2)^{\frac{t}{2}}} = 10 \Rightarrow (3)^{\frac{t}{3}} = 10 \times (2)^{\frac{t}{2}}$

兩邊取對數： $\frac{t}{3} \times \log 3 = \log 10 + \frac{t}{2} \log 2 \Rightarrow t(0.0085333) = 1 \Rightarrow t \approx 117$

貳、多選題

6. 假設 a, b, c 是三個正整數。若 25 是 a, b 的最大公因數，且 3, 4, 14 都是 b, c 的公因數，則下列何者正確？
 (1) c 一定可以被 56 整除。
 (2) $b \geq 2100$ 。
 (3) 若 $a \leq 100$ ，則 $a = 25$ 。
 (4) a, b, c 三個數的最大公因數是 25 的因數。
 (5) a, b, c 三個數的最小公倍數大於或等於 $25 \times 3 \times 4 \times 14$ 。【95 學測】

答：(2)(3)(4) (公因數、公倍數) (非學測範圍)

解：25 是 a, b 的最大公因數，則 $25 | a, 25 | b$ 、

$3, 4, 14$ 都是 b, c 的公因數，則 $84 | b, 84 | c$

故 $25 | a, 2100 | b, 84 | c$

(3) 若 $a \leq 100$ ，則 $a = 25$ 或 50 或 75 或 100，但後三者會使 a, b 的最大公因數不止 25，不合。則 $a = 25$ 。

(4) a, b, c 三個數的最大公因數是 1，確為 25 的因數。

(5) a, b, c 三個數的最小公倍數應大於或等於 $25 \times 84 \neq 25 \times 3 \times 4 \times 14$ 。

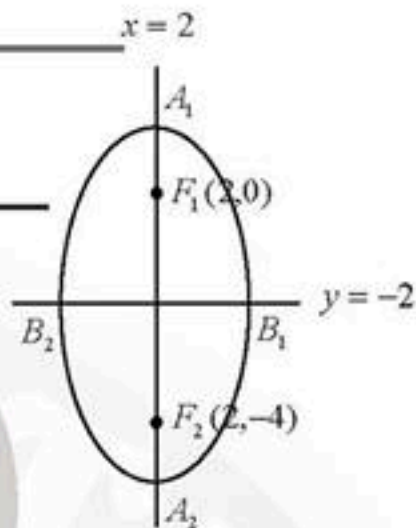
7. 考慮坐標平面上所有滿足 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 10$
 的點 (x, y) 所成的圖形，下列敘述何者正確？

- (1) 此圖形為一橢圓。
 (2) 此圖形為一雙曲線。

- (3) 此圖形的中心在 $(2, -2)$ 。
 (4) 此圖形對稱於 $x-2=0$ 。
 (5) 此圖形有一頂點 $(2, 3)$ 。【95 學測】

答：(1)(3)(4)(5) (99 課綱第四冊第四章二次曲線) (橢圓)

解：滿足「橢圓」定義
 其中 $(2, 0)$ 、 $(2, -4)$ 為焦點， $(2, -2)$ 為中心，
 $a=5$ 、 $c=2$ 、 $b=\sqrt{21}$
 長軸為 $x-2=0$ ，短軸為 $y+2=0$
 長軸頂點 $(2, 3)$ 、 $(2, -7)$



8. 假設實數 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 是一個等差數列，且滿足 $0 < a_1 < 2$ 及 $a_3 = 4$ 。

若定義 $b_n = 2^{a_n}$ ，則以下哪些選項是對的？

- (1) b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 是一個等比數列。
 (2) $b_1 < b_2$ 。
 (3) $b_2 > 4$ 。
 (4) $b_4 > 32$ 。
 (5) $b_2 \times b_4 = 256$ 。【95 學測】

答：(1)(2)(3)(4)(5) (99 課綱第二冊第一章數列與級數) (等差等比數列)

解： $\frac{a_3 - a_1 = 2d}{0 < a_1 = 4 - 2d < 2} \Rightarrow 1 < d < 2$ (d 為公差)

$$r = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2^{a_2}}{2^{a_1}} = \frac{2^{a_1+d}}{2^{a_1}} = 2^d \Rightarrow 2^1 < 2^d < 2^2 \Rightarrow 2 < r < 4 \text{ (} r \text{ 為公比)}$$

(1) 故 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 是一個公比為 r 等比數列

(2) 因為 $2 < r < 4$ ，故 $b_1 < b_2$

(3) 因為 $0 < a_1 < 2$ ，故 $2^0 < b_1 = 2^{a_1} < 2^2 \Rightarrow 1 < b_1 < 4 \xrightarrow{2 < r < 4} 2 < b_2 = b_1 r < 16$

(4) 因為 $a_3 = 4 \xrightarrow{1 < d < 2} 5 < a_4 = a_3 + d < 6$ ，故 $2^5 < b_4 = 2^{a_4} < 2^6 \Rightarrow 32 < b_4 < 64$

(5) $b_2 \times b_4 = 2^{a_2} \times 2^{a_4} = 2^{a_2+a_4} = 2^{2a_3} = 2^8 = 256$

解：此類考題，在實際考場中，建議以具體數據代入驗測

$$\text{令 } a_1 = 1, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = 4, a_4 = \frac{11}{2}, \text{ 公差 } \frac{3}{2}$$

則 $b_1 = 2$ 、 $b_2 = 4\sqrt{2}$ 、 $b_3 = 16$ 、 $b_4 = 32\sqrt{2}$ ，公比 $2\sqrt{2}$ 。故(1)(2)(3)(4)正確。

而 $b_2 \times b_4 = 4\sqrt{2} \times 32\sqrt{2} = 256$ 。故(5)正確。

9. 學生練習計算三次多項式 $f(x)$ 除以一次多項式 $g(x)$ 的餘式。

已知 $f(x)$ 的三次項係數為 3，一次項係數為 2。

甲生在計算時把 $f(x)$ 的三次項係數錯看成 2(其它係數沒看錯)，

乙生在計算時把 $f(x)$ 的一次項係數錯看成 -2(其它係數沒看錯)。

而甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣。試問 $g(x)$ 可能等於以下哪些一次式？

(1) x (2) $x-1$ (3) $x-2$ (4) $x+1$ (5) $x+2$ [95 學測]

答：(1)(3)(5) (99 課綱第一冊第二章多項式函數) (除法原理)

解：對甲生而言： $2x^3 + ax^2 + 2x + b = g(x) \times Q_1(x) + r \dots\dots(1)$

對乙生而言： $3x^3 + ax^2 - 2x + b = g(x) \times Q_2(x) + r \dots\dots(2)$

$(2)-(1) \Rightarrow x^3 - 4x = g(x) \times [Q_2(x) - Q_1(x)]$

故 $g(x)$ 可能等於 (1) x (3) $x-2$ (5) $x+2$

10. 下圖是根據 100 名婦女的體重所作出的直方圖 (圖中百分比數字代表各體重區間的相對次數，其中各區間不包含左端點而包含右端點)。該 100 名婦女體重的平均數為 55 公斤，標準差為 12.5 公斤。

曲線 N 代表一常態分佈，

其平均數與標準差與樣本值相同。

在此樣本中，若定義「體重過重」的標準

為體重超過樣本平均數 2 個標準差以上

(即體重超過 80 公斤以上)，

則下列敘述哪些正確？

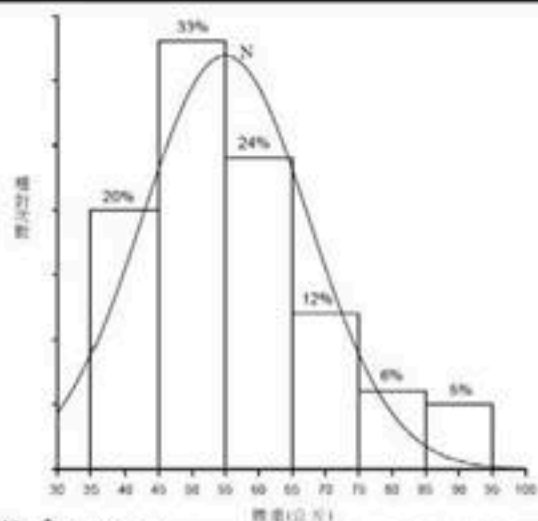
(1) 曲線 N (常態分佈) 中，在 55 公斤以上所佔的比例約為 50%。

(2) 曲線 N (常態分佈) 中，在 80 公斤以上所佔的比例約為 2.5%。

(3) 該樣本中，體重的中位數大於 55 公斤。

(4) 該樣本中，體重的第一四分位數大於 45 公斤。

(5) 該樣本中，「體重過重」(體重超過 80 公斤以上) 的比例大於或等於 5%。 [95 學測]



答：(1)(2)(4)(5) (99 課綱第五冊第一章機率與統計 II) (常態分佈、中位數) (非學測範圍)

解：(1) 常態分佈 (曲線圖) 中，在平均數以上所佔的比例為 50%

(2) 常態分佈 (曲線圖) 中，在平均數+2 個標準差以上所佔的比例為 2.5%

(3) 樣本 (直方圖) 中，體重的中位數 (50%) 應在 45~55 公斤範圍內

(4) 樣本 (直方圖) 中，體重的第一四分位數 (25%) 應在 45~55 公斤範圍內

(5) 樣本 (直方圖) 中，體重超過 85 公斤以上比例已佔 5%，

故超過 80 公斤以上的比例大於或等於 5%

11. 將正整數 18 分解成兩個正整數的乘積有 1×18 、 2×9 、 3×6 三種，

又 3×6 是這三種分解中，兩數的差最小的，我們稱 3×6 為 18 的最佳分解。

當 $p \times q (p \leq q)$ 是正整數 n 的最佳分解時，我們規定函數 $F(n) = \frac{p}{q}$ ，

例如 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。下列有關函數 $F(n)$ 的敘述，何者正確？

(1) $F(4) = 1$ 。 (2) $F(24) = \frac{3}{8}$ 。 (3) $F(27) = \frac{1}{3}$ 。

(4) 若 n 是一個質數，則 $F(n) = \frac{1}{n}$ 。 (5) 若 n 是一個完全平方數，則 $F(n) = 1$ 。【95 學測】

答：(1)(3)(4)(5) (因數、倍數) (非學測範圍)

解：(1) $F(4) = \frac{2}{2} = 1$ (2) $F(24) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (3) $F(27) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ (4)(5) 顯然正確

第二部分：選填題

A. 抽樣調查某地區 1000 個有兩個小孩的家庭，得到如下數據，其中(男，女)代表第一個小孩是男孩而第二個小孩是女生的家庭，餘類推。

家庭別	家庭數
(男，男)	261
(男，女)	249
(女，男)	255
(女，女)	235

由此數據可估計該地區有兩個小孩家庭的男、女孩性別比約為 _____ : 100 (四捨五入至整數位)。【95 學測】

答：105 (99 課綱第二冊第四章數據分析) (比率)

解：男生人數 $261 \times 2 + 249 \times 1 + 255 \times 1 = 1026$ 、女生人數 $249 \times 1 + 255 \times 1 + 235 \times 2 = 974$

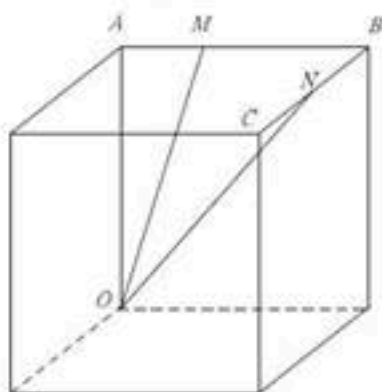
$$\text{則 } \frac{1026}{974} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 105.33\cdots, \text{ 取 } x = 105$$

B. 右圖為一正立方體，若 M 在線段 \overline{AB} 上，

$\overline{BM} = 2\overline{AM}$ ， N 為線段 \overline{BC} 之中點，則

$$\cos \angle MON = \underline{\hspace{2cm}}。$$

(分數要化成最簡分數) 【95 學測】



答： $\frac{4\sqrt{10}}{15}$ (99 課綱第四冊第一章空間向量)

(空間座標、向量內積求夾角)

解：將各點座標化 $O(0, 0, 0)$ 、

$A(0, 0, 6)$ 、 $B(0, 6, 6)$ 、 $M(0, 2, 6)$ 、 $N(3, 6, 6)$

$$\text{則 } \overrightarrow{OM} = (0, 2, 6)、|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{40}、\overrightarrow{ON} = (3, 6, 6)、|\overrightarrow{ON}| = 9$$

$$\cos \angle MON = \frac{\vec{OM} \cdot \vec{ON}}{|\vec{OM}| |\vec{ON}|} = \frac{0+12+36}{\sqrt{40} \times 9} = \frac{4\sqrt{10}}{15}$$

C. 給定平面上三點 $A(-6, -2)$ 、 $B(2, -1)$ 、 $C(1, 2)$ 。
若有第四點和此三點形成一菱形（四邊長皆相等），則第四點的坐標為_____。【95學測】

答：(9, 3) (99課綱第三冊第三章平面向量) (向量相等)

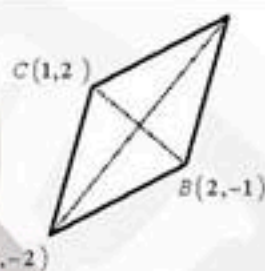
解： $A(-6, -2)$ 、 $B(2, -1)$ 之距離為 $\sqrt{65}$

$B(2, -1)$ 、 $C(1, 2)$ 之距離為 $\sqrt{10}$

$A(-6, -2)$ 、 $C(1, 2)$ 之距離為 $\sqrt{65}$

顯然 \overline{AB} 、 \overline{AC} 為菱形之兩邊，而 \overline{BC} 為菱形對角線

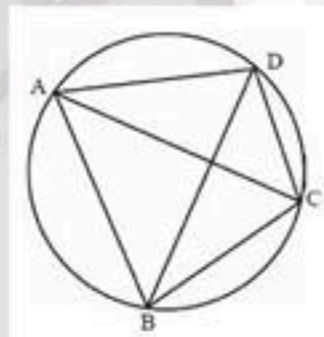
由 $\vec{AB} = \vec{CD} \Rightarrow (8, 1) = (x-1, y-2)$ ，則第四點的坐標為 $D(9, 3)$



D. 如圖所示， $ABCD$ 為圓內接四邊形：
若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $\angle ABD = 45^\circ$ ， $\overline{CD} = 6$ ，
則線段 $\overline{AD} =$ _____。【95學測】

答： $\sqrt{72}$ (99課綱第三冊第一章三角) (正弦定律)

解：由「正弦定律」知： $\frac{6}{\sin 30^\circ} = 2R = \frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \overline{AD} = 6\sqrt{2}$



E. 新新鞋店為與同業進行促銷戰，推出「第二雙不用錢...買一送一」的活動。
該鞋店共有八款鞋可供選擇，其價格如下：

款式	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
價格	670	670	700	700	700	800	800	800

規定所送的鞋之價格一定少於所買的價格（例如：買一個「丁」款鞋，可送甲、乙兩款鞋之一）。
若有一位新新鞋店的顧客買一送一，則該顧客所帶走的兩雙鞋，
其搭配方法一共有_____種。【95學測】

答：21 (99課綱第二冊第二章排列組合) (基本組合、基本計數原理)

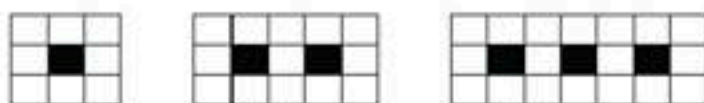
解： $C_1^3 \times C_1^5 + C_1^3 \times C_1^2 = 3 \times 5 + 3 \times 2 = 21$
選己庚辛 送甲乙丙丁戊 選丙丁戊 送甲乙

F. 某地共有9個電視頻道，將其分配給3個新聞台、4個綜藝台及2個體育台共三種類型。
若同類型電視台的頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育台，
則頻道的分配方式共有_____種。【95學測】

答：576 (99課綱第二冊第二章排列組合) (直線排列)

解： $(2!) \times (3!) \times (4!) \times 2! = 576$
體育台 新聞台 綜藝台 新聞綜藝
 互換

G. 用黑、白兩種顏色的正方形地磚依照如下的規律拼成若干圖形：



第 1 個

第 2 個

第 3 個

拼第 95 個圖需用到 _____ 塊白色地磚。【95 學測】

答：478 (99 課綱第二冊第一章數列與級數) (等差規律)

解：對白色地磚而言，是一個「首項為 8、公差為 5」的等差級數： $8 + 94 \times 5 = 478$

H. 在三角形 ABC 中，若 D 點在 \overline{BC} 邊上，且 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{AC} = 13$ ， $\overline{BD} = 7$ ， $\overline{CD} = 8$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。【95 學測】

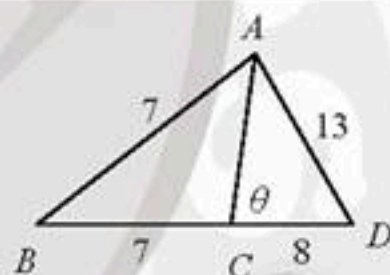
答：7 (99 課綱第三冊第一章三角) (餘弦定律)

解：令 $\angle ACD = \theta$ 、 $\angle ACB = 180^\circ - \theta$

由餘弦定律及 $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 7^2 - 7^2}{2 \cdot x \cdot 7} = -\frac{x^2 + 8^2 - 13^2}{2 \cdot x \cdot 8} \Rightarrow x = 7 \text{ 或 } -7 \text{ (不合)}$$

解： $\cos B = \frac{7^2 + 7^2 - x^2}{2 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{7^2 + 15^2 - 13^2}{2 \cdot 7 \cdot 15} \Rightarrow x = 7 \text{ 或 } -7 \text{ (不合)}$
對 $\triangle ABC$ 而言 對 $\triangle ABD$ 而言



I. 設 $A(0,0)$ 、 $B(10,0)$ 、 $C(10,6)$ 、 $D(0,6)$ 為坐標平面上的四個點。如果直線 $y = m(x-7) + 4$ 將四邊形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊，那麼 $m =$ _____。(化成最簡分數)。【95 學測】

答： $\frac{1}{2}$ (99 課綱第三冊第二章直線與圓) (斜率、點斜式) (0,6)

解：將長方形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊的直線必過「長方形的中心 $(5,3)$ 」

代入 $y = m(x-7) + 4 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

