俞克斌杯杯 的 數學
指考 百日維新

俞克斌老師編寫

倒數 90 天：微分公式

觀念篇

1. 微分基本公式： $f(x)$ 為可微分函數

$f(x)=x^n$，$n\in N$，則 $f'(x)=nx^{n-1}$

$f(x)=c$，$c\in R$，則 $f'(x)=0$

$f(x)=x^{\frac{1}{n}}$，$n\in N$，則 $f'(x)=\frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$

2. 微分運算公式： $f(x)$、$g(x)$ 均為可微分函數

$[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$

$[f(x)\times g(x)]'=f'(x)g(x)+g'(x)f(x)$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^2(x)}$$

3. 微分鏈鎖公式： $y=f(x)$、$z=g(y)=g(f(x))$ 均為可微分函數

$z'=g'(y)=g'(f(x))=g'(y)\times f'(x)$

例題篇：鑑往之傾向

例題篇：知來之對策

1. 設 $f(x)$ 是實係數多項式，令 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的導函數

若 $[f'(x)]^2=2f(x)+1$，且 $f'(1)=4$，則 $\lim\limits_{x\to -4}\frac{f(x)}{x+4}=$________。

2. 設 $f(x)=x^4-3x^3-4x^2+2x-1$，求 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+2h)+5}{h}$ 之值。

3. 計算 $\ell im_{h\to 0}\frac{\left[(10+h)^3+(10+h)^2+(10+h)+1\right]-1111}{h}$ 之值為________。

4. 設 $f(x)=(2x+1)^5$，則 $\ell im_{a\to 0}\left[\ell im_{b\to 0}\frac{f(a+b)-f(a)-f(b)+f(0)}{ab}\right]=$________。

5. 若 $f(x)=(2x-1)^4\left(x^2+3\right)$，則 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(3h)-f(2h)}{h}=$______。