

# 俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

倒數 76 天 : 面積(2)

## 觀念篇

參閱倒數 77 天

## 例題篇：鑑往之傾向

1. 座標平面上，已知函數  $f(x) = 4x^3 + x - 2$  的圖形以  $A(1, 3)$  為切點的切線為  $L$ ，則以切線  $L$  及曲線為界所圍成的面積為\_\_\_\_\_【100 數甲】

答：27

2. 設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  為實係數三次多項式。  
已知原點  $(0, 0)$  為函數  $y = f(x)$  的圖形之反曲點，  
且此圖形在原點的切線為  $y = -x$ 。

(1) 試求  $b$ 、 $c$ 、 $d$ 。(5 分)

(2) 若  $a > 0$  且  $y = f(x)$  的圖形與直線  $y = 0$  所圍的有界區域面積為 2，試求  $a$ 。(8 分)

【99 數甲】

答：(1)  $b = 0$ 、 $c = -1$ 、 $d = 0$  (2)  $a = \frac{1}{4}$

3. 設  $f$  為一實係數多項式函數：

(1) 設  $\langle a_n \rangle$  為一數列，其中  $a_n = \frac{f(n)}{n^4}$ ，

若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$ ，試求  $f$  的次數與最高次項係數。

(2) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ ，試求  $f$  的函數圖形在  $x = 0$  時的切線方程式。

(3) 若  $f$  滿足上面(1)與(2)的假設，且  $f''(0) = 2$ ，試求  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  之值。【101 數甲】

答：(1)  $f$  的次數為 4 次，最高次項係數為 5 (2)  $y = 3x$  (3)  $\frac{8}{3}$

**例題篇：知來之對策**

1. 如圖，曲線  $y=x^3+1$  與  $x$  軸交於  $A$  點，  
以  $A$  點為切點的切線交曲線於  $B$  點，  
自  $B$  點作鉛直線交  $x$  軸於  $C$  點，  
則直線  $AB$  與曲線  $y=x^3+1$  所圍成之區域  
的面積為\_\_\_\_\_。

