

# 俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

## 倒數 65 天 : 二項分佈 (2)

### 觀念篇

二項分布機率圖的特徵：

(1) 最高點：

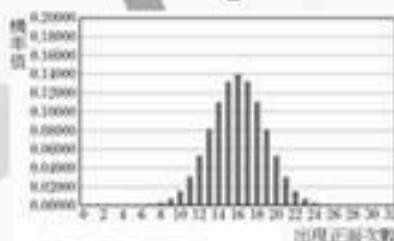
$$(n+1)p-1 \leq k \leq (n+1)p, k \in Z$$

(2) 單峰現象：成功次數  $k$  從 0 到  $n$ ，其機率值  $P(X=k)$  先升後降，呈現單峰現象。

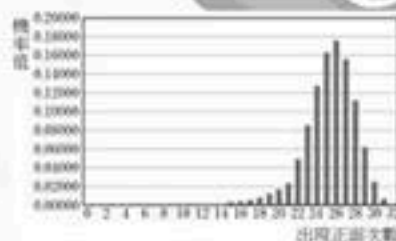
當最高點  $k = \frac{n}{2}$  時，圖形對稱，且呈現鐘形。

當最高點  $k > \frac{n}{2}$  時，圖形左偏（即圖形的左半邊尾巴較長）。

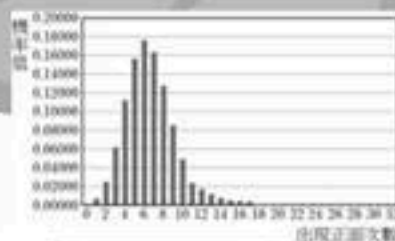
當最高點  $k < \frac{n}{2}$  時，圖形右偏（即圖形的右半邊尾巴較長）。



圖(一)



圖(二) 左偏



圖(三) 右偏

### 例題篇：鑑往之傾向

### 例題篇：知來之對策

1. 擲一公正的硬幣 8 次的試驗中，令  $P_n$  代表恰出現  $n$  次正面的機率，若硬幣出現正面，稱為成功，下列選項何者正確？

(1)  $P_4 = \frac{1}{2}$  (2)  $P_2 > P_6$  (3)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  中最大值為  $P_0$

(4)  $P_0, P_1, \dots, P_8$  的平均值為 1 (5) 成功次數的期望值為 4。

2. 重複投擲一枚不均勻的硬幣 18 次，若以  $P_k$  表示其中恰好出現  $k$  次正面的機率，

且經計算得  $\log_2 \left( \frac{P_0}{P_{18}} \right) = 36$ ，請選出正確的選項：

(1) 此硬幣出現正面的機率  $p = \frac{1}{5}$

(2)  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{18}$  的平均值是  $\frac{1}{5}$

(3) 投擲此硬幣 18 次，出現正面次數的期望值為  $\frac{18}{5}$  次

(4)  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{18}$  中的最大值是  $P_4$

(5) 在連續擲出 17 次反面後，此硬幣於第 18 次投擲出現正面的機率為  $P_1$ 。

3. 班上有 40 位同學參與同樂會，數學老師舉辦猜數字的活動，遊戲規則如下：首先老師先從 1~10 中選出一個數字，之後，每位同學都從 1~10 中分別隨機選擇一個數字（假設每位學生的選擇是互相獨立的，數字可重複被選取）。若某位學生與老師選擇的數字相同，則該學生可以獲得獎金 100 元；若某位學生與老師選擇的數字不相同，則該學生不會獲得任何獎金。設隨機變數  $X$  表示數學老師發出的獎金數， $P(X=x)$  表示隨機變數  $X$  的機率質量函數，試問下列哪些選項是正確的？

(1) 數學老師有可能不用發出任何獎金 (2) 隨機變數  $X$  的期望值為 400 元

(3) 隨機變數  $X$  的標準差為 360 元 (4)  $P(X=0) = 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{40}$

(5)  $P(X=400) \geq P(X=500)$ 。