

# 俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

## 倒數 59 天 : 三角函數疊合 (有範圍限制)

### 觀念篇

三角疊合：將  $y = a\cos x + b\sin x$  化為單一的正弦函數

$$\begin{aligned} a\cos x + b\sin x &= \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\sin \theta \cos x + \cos \theta \sin x) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \theta) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \phi \cos x + \sin \phi \sin x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \phi) \end{aligned}$$

### 例題篇：鑑往之傾向

1.  $\frac{\sqrt{3}}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sin 250^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$

[85 大學聯考]

答：4

2. 設  $270^\circ < A < 360^\circ$ ，且  $\sqrt{3} \sin A + \cos A = 2 \sin 2004^\circ$ 。  $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

[93 學測]

答：306°

3. 下列哪一個數值最接近  $\sqrt{2}$  ?

- (1)  $\sqrt{3} \cos 44^\circ + \sin 44^\circ$  (2)  $\sqrt{3} \cos 54^\circ + \sin 54^\circ$  (3)  $\sqrt{3} \cos 64^\circ + \sin 64^\circ$   
 (4)  $\sqrt{3} \cos 74^\circ + \sin 74^\circ$  (5)  $\sqrt{3} \cos 84^\circ + \sin 84^\circ$

[95 學測]

答：(4)

4. 將函數

$$y = 3\sin x - \cos x、$$

$$y = \sin(2x) + 3\cos(3x)、$$

$$y = 2\sin x + 2\cos x$$

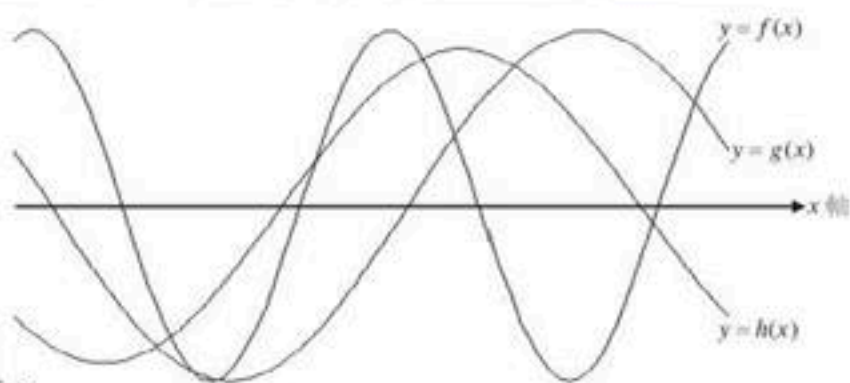
的圖形繪於同一坐標平面上，  
其與  $x$  軸的相關位置如下圖：

試問圖中的圖形

$$y = f(x)、y = g(x)、y = h(x)$$

所代表的函數應為下列哪一個選項？

(1)  $f(x) = 3\sin x - \cos x、g(x) = \sin(2x) + 3\cos(3x)、h(x) = 2\sin x + 2\cos x$



(2)  $f(x) = 3\sin x - \cos x$ 、 $h(x) = \sin(2x) + 3\cos(3x)$ 、 $g(x) = 2\sin x + 2\cos x$

(3)  $g(x) = 3\sin x - \cos x$ 、 $f(x) = \sin(2x) + 3\cos(3x)$ 、 $h(x) = 2\sin x + 2\cos x$

(4)  $g(x) = 3\sin x - \cos x$ 、 $h(x) = \sin(2x) + 3\cos(3x)$ 、 $f(x) = 2\sin x + 2\cos x$

(5)  $h(x) = 3\sin x - \cos x$ 、 $f(x) = \sin(2x) + 3\cos(3x)$ 、 $g(x) = 2\sin x + 2\cos x$

【99數甲】

答：(3)

### 例題篇：知來之對策

1.  $3\sin 50^\circ (1 + \sqrt{3} \tan 10^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 如右圖，扇形  $OAB$  半徑為 1，圓心角為  $60^\circ$ ，則內接矩形  $PQRS$  ( $R$ 、 $Q$  在圓弧  $AB$  上) 之最大面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

