

# 俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

倒數 58 天 : 三角函數疊合 (無範圍限制)

觀念篇

例題篇：鑑往之傾向

1.  $x$  代表實數，請選出正確的選項：

- (1) 當  $0^\circ < x < 90^\circ$  時， $\cos 2x$  之值恆為正
- (2) 當  $0^\circ < x < 90^\circ$  時， $\sin 2x$  之值恆為正
- (3) 不論  $x$  為何， $\cos^2 x - \sin^2 x \leq \frac{1}{2}$  恆成立
- (4) 不論  $x$  為何， $\sin x \cos x \leq \frac{1}{2}$  恆成立
- (5) 不論  $x$  為何， $\sin x + \cos x \leq \frac{3}{2}$  恆成立

【96 數乙】

答：(2)(4)(5)

2. 下列哪些方程式有實數解？

- (1)  $x^3 + x - 1 = 0$
- (2)  $2^x + 2^{-x} = 0$
- (3)  $\log_2 x + \log_x 2 = 1$
- (4)  $\sin x + \cos 2x = 3$
- (5)  $4\sin x + 3\cos x = \frac{9}{2}$

【99 學測】

答：(1)(5)

3. 設  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 8$ ，且  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，當  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  時， $y$  有最小值

【78 日社】

答： $\frac{5\pi}{3}$

4. 設  $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 6$ ，且  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若在  $x = x_0$  時， $y$  有極小值，則  $x_0$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}}$

【85 大學聯考】

答： $\frac{5\pi}{3}$

5. 若  $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 2\cos x - 3$  的最大值是  $M$ ，則  $M = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【82 日社】

6. 設  $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin x + \cos x)$ ，  
則  $f(x)$  的最小值為\_\_\_\_\_。

【84 學測】

答：  $2 - 4\sqrt{2}$

7. 方程式  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$  之最小正根為  $x =$  \_\_\_\_\_，最大負根為  $x =$  \_\_\_\_\_。

【82 台大夜社】

答： (1)  $\frac{\pi}{2}$ 、(2)  $-\frac{\pi}{6}$

8. 設  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，求  $f(\theta) = \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta}$  之 *Max* 與 *Min*。【80 大學聯考】

答：  $Max = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ ， $Min = -\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

9. 下列哪些函數的最小正週期為  $\pi$ ？

- (1)  $\sin x + \cos x$       (2)  $\sin x - \cos x$       (3)  $|\sin x + \cos x|$   
(4)  $|\sin x - \cos x|$       (5)  $|\sin x| + |\cos x|$

【92 學測】

答： (3)(4)

### 例題篇：知來之對策

1. 設  $f(\theta) = a \sin \theta + b \cos \theta$ ， $g(\theta) = c \sin \theta + d \cos \theta$ ，若  $f(\theta)$ 、 $g(\theta)$ 、 $f(\theta) + g(\theta)$  之最大值分別為 3、5、6，求  $ac + bd$ 。

2. 設  $f(\theta) = a \sin \theta + b \cos \theta$  之最大值為  $2\sqrt{5}$ ，且  $a = \sqrt{3}b$ ，求  $a$ 、 $b$ 。