

俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

倒數 54 天 : 複數極式乘除幾何意義

觀念篇

極式相乘，就是長度相乘而角度相加
極式相除，就是長度相除而角度相減

例題篇：鑑往之傾向

1. 複數 $z_1 = \cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$ 、 $z_2 = \cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ 與它們的乘積 $z_1 z_2$ 在複數平面上對應的點分別為 P 、 Q 與 R 。
則 $\angle QPR$ 等於下列哪一個選項？
(1) 15° (2) 18° (3) 20° (4) 22.5° (5) 30° [98 數甲]

答：(4)

2. 若 $\Gamma = \{z \mid z \text{ 為複數, 且 } |z-1|=1\}$ ，
則下列哪些點會落在圖形 $\Omega = \{\omega \mid \omega = iz, z \in \Gamma\}$ 上？
(1) $2i$ (2) $-2i$ (3) $1+i$ (4) $1-i$ (5) $-1+i$ [96 學測]

答：(1)(3)(5)

3. 令複數 $Z = 2\left(\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}\right)$ ，且 $Z \cdot i = 2(\cos a\pi + i \sin a\pi)$ ，
則實數 $a =$ _____。 [91 學測]

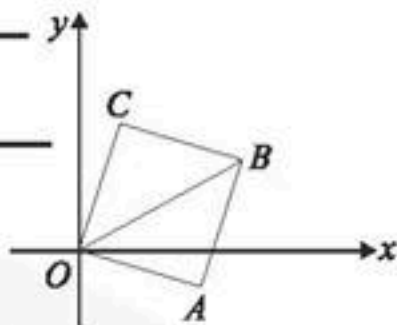
答： $a = \frac{9}{14}$

4. 設 O 為複數平面上的原點，並令點 A 、 B 分別代表複數 z_1 、 z_2 ，且滿足 $|z_1|=2$ 、 $|z_2|=3$ ，
 $|z_2 - z_1| = \sqrt{5}$ 。若 $\frac{z_2}{z_1} = a + bi$ ，其中 a 、 b 為實數， $i = \sqrt{-1}$ ，
試選出正確的選項：
(1) $\cos \angle AOB = \frac{2}{3}$ (2) $|z_2 + z_1| = \sqrt{23}$ (3) $a > 0$ (4) $b > 0$
(5) 設點 C 代表 $\frac{z_2}{z_1}$ ，則 $\angle BOC$ 可能等於 $\frac{\pi}{2}$ 。 [107 數甲]

答：(1)(3)(5)

例題篇：知來之對策

1. 如右圖，正方形 $OABC$ 中，若 $B(4+3i)$ ，
試求 A 點所表複數為_____。



2. 如右圖，已知 P 點 $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 在以原點為圓心的單位圓上，
若 P 點沿著圓周逆時針方向移動 $\frac{\pi}{3}$ 到圓上另一點 Q ，
則 Q 點坐標為_____。



3. 在複數平面上 $OABCDE$ 依逆時針排成一正六邊形，
其中 O 為原點， A 點表 $2+i$ ，求 B 點表示的複數_____。

4. 已知 z_1 與 z_2 為兩複數， $|z_1|=4$ ， $z_2 = (-3\sqrt{3}+3i) \times z_1$ ，
若 z_1 與 z_2 在複數平面上所對應的點分別為 A 與 B ，
則與原點 O 所連接的 ΔOAB 面積為_____。