

# 俞克斌杯杯 的 數學 指考 百日維新

俞克斌老師編寫

## 倒數 34 天 : 反函數

### 觀念篇

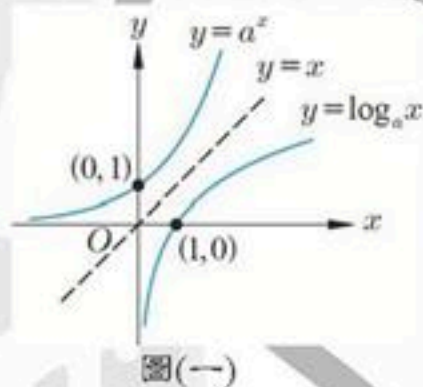
指數函數  $y = a^x$  與對數函數  $y = \log_a x$  的關係

$y = \log_a x$  與  $y = a^x$  圖形對稱於直線  $y = x$ ,

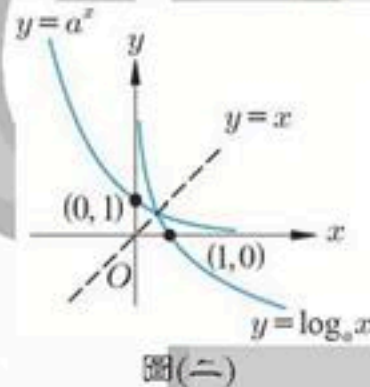
即點  $(x_0, y_0)$  在  $y = \log_a x$  的圖形上  $\Leftrightarrow$  點  $(x_0, y_0)$  在  $y = a^x$  的圖形上

稱  $y = \log_a x$  與  $y = a^x$  互為反函數。

(1) 當  $a > 1$ , 兩函數圖形如圖(一)。



(2) 當  $0 < a < 1$ , 兩函數圖形如圖(二)。



### 例題篇：鑑往之傾向

1. 設  $a$  為大於 1 的實數，考慮函數  $f(x) = a^x$  與  $g(x) = \log_a x$ ，

試問下列哪些選項是正確的？

(1) 若  $f(3) = 6$ ，則  $g(36) = 6$

(2)  $\frac{f(238)}{f(219)} = \frac{f(38)}{f(19)}$  (3)  $g(238) - g(219) = g(38) - g(19)$

(4) 若  $P, Q$  為  $y = g(x)$  的圖形上兩相異點，則直線  $PQ$  之斜率必為正數

(5) 若直線  $y = 5x$  與  $y = f(x)$  的圖形有兩個交點，

則直線  $y = \frac{1}{5}x$  與  $y = g(x)$  的圖形也有兩個交點

【96 學測】

答：(1)(2)(4)(5)

2. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1)  $y = 2010^x$  的圖形恆在  $y = 99^x$  的上方

(2)  $y = \log_{99} x$  與  $y = 99^x$  兩函數的圖形對稱於直線  $y = x$

(3)  $y = \log_{99} x$  與  $y = \log_{\frac{1}{99}} x$  兩函數的圖形對稱於  $x$  軸

(4)  $y = \log_{2010} (x^2 - 10x + 33)$  的圖形與  $x$  軸相交

【99 數乙】

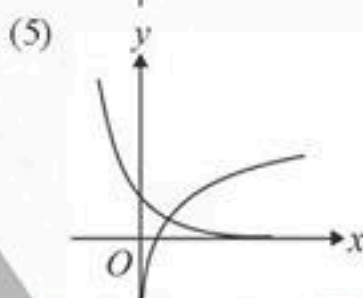
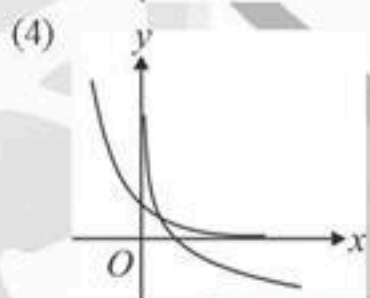
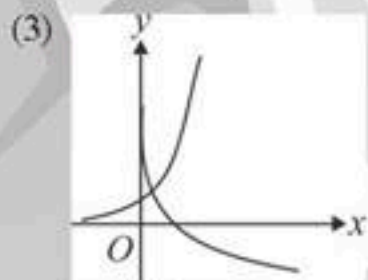
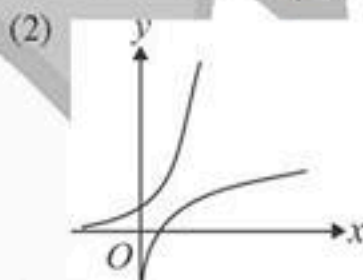
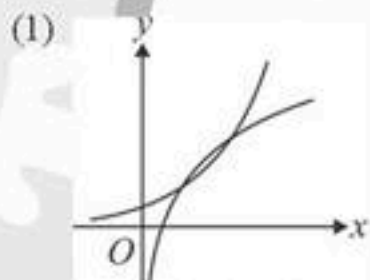
答：(2)(3)

### 例題篇：知來之對策

1. 若  $\alpha$  為  $\log_2 x + x - 2 = 0$  的解， $\beta$  為  $2^x + x - 2 = 0$  的解，則  $\alpha + \beta = ?$

2. 已知  $\alpha$  為  $3^x + x - 4 = 0$  之根， $\beta$  為  $\log_3 x + x - 4 = 0$  之根，則  $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 請問下列哪一個選項可以表示  $y = (\sqrt{2})^x$  和  $y = \log_{\sqrt{2}} x$  的圖形？



4. 下列各敘述何者為正確？

(1) 設  $u > 0$ ，且  $7^u = 5^v = (0.5)^p = (0.7)^q$ ，則  $q < p < u < v$

(2) 設  $u < 0$ ，且  $7^u = 5^v = (0.5)^p = (0.7)^q$ ，則  $u < v < p < q$

(3) 若  $0 < a < b < 1$  且  $0 < k < 1$ ，則  $\log_a k < \log_b k$

(4) 若  $1 < b < a$  且  $k > 1$ ，則  $\log_a k > \log_b k$

(5) 設  $a > 0$ 、 $a \neq 1$ ，若  $y = a^x$  的圖形與  $y = \log_a x$  的圖形有兩個交點，則  $1 < a < 2$ 。