

俞克斌杯

的核心 100 for 2019 大學入試學測 (6) 一次函數 (斜率)

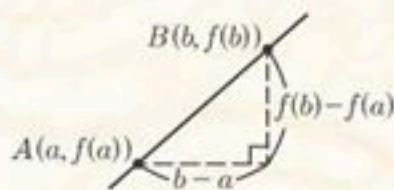
【觀念核心】

1. 斜率：

當 $f(x)$ 為常數函數或一次函數時， $y=f(x)$ 的圖形為一條直線。

若 $A(a, f(a)), B(b, f(b))$ 為一直線上相異兩點，

則此直線的斜率 $m = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 。



2. 斜率與直線圖形的關係：

若 $y=f(x)$ 的圖形為一直線，其斜率 m 是一個常數。

(1) 若 $m=0$ ，則該直線為水平線，且平行 x 軸。

(2) 若 $m>0$ ，則表示 $f(x)$ 隨著 x 變大而變大，稱 $f(x)$ 為遞增，其直線必通過一、三象限。

(3) 若 $m<0$ ，則表示 $f(x)$ 隨著 x 變大而變小，稱 $f(x)$ 為遞減，其直線必通過二、四象限。

(4) $|m|$ 比較大的直線，遞增或遞減得比較快，也就是直線比較「陡」。



(4) 鉛直線斜率不存在，但直線依然存在。

3. 斜率的性質：

設兩相異直線 L_1, L_2 的斜率分別為 m_1, m_2 。

(1) 若 L_1, L_2 平行，則 $m_1 = m_2$ ，反之亦然。

(2) 若 $L_1 \perp L_2$ ，則 $m_1 \cdot m_2 = -1$ ，反之亦然。

4. 截距：

一次函數 $y=f(x)$ 之圖形與 y 軸交點的 y 坐標，稱為 y 截距；

而圖形與 x 軸交點的 x 坐標，稱為 x 截距。

【鑑往核心】

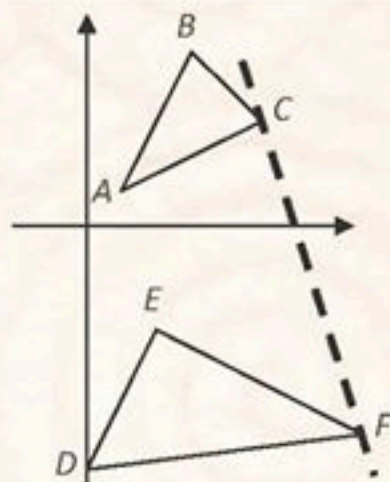
1. 設 $A(1,1)$ 、 $B(3,5)$ 、 $C(5,3)$ 、 $D(0,-7)$ 、 $E(2,-3)$ 及 $F(8,-6)$ 為坐標平面上的六個點。
若直線 L 分別與三角形 ABC 及三角形 DEF 恰有一個交點，
則 L 的斜率之最小可能值為_____。

【101 學測】

答：-3

解：斜率向左為負，越陡越小，
且 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 恰一交點

由圖知，斜率最小為 $m_{\overleftrightarrow{CF}} = \frac{-6-3}{8-5} = -3$



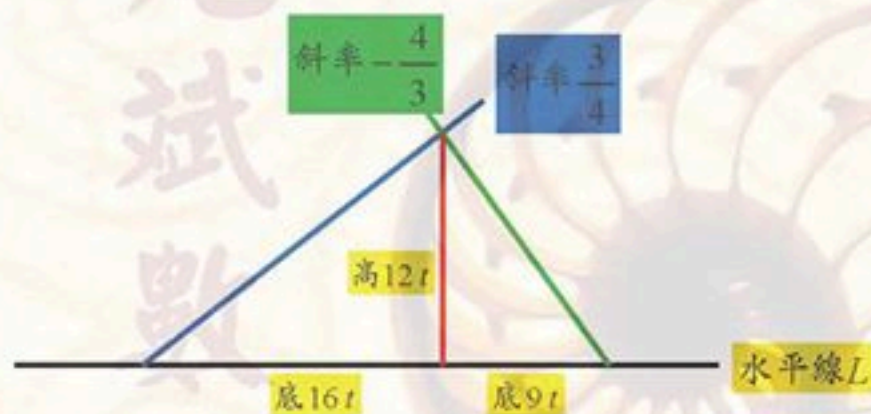
2. 坐標平面上有三條直線 L 、 L_1 、 L_2 ，其中 L 為水平線， L_1 、 L_2 的斜率分別為 $\frac{3}{4}$ 、 $-\frac{4}{3}$ 。已知 L 被 L_1 、 L_2 所截出的線段長為 30，
則 L 、 L_1 、 L_2 所決定的三角形的面積為_____。

【106 數甲】

答：216

解： $\frac{h}{x} = \frac{3}{4}$ 且 $\frac{h}{x-30} = -\frac{4}{3} \Rightarrow h = \frac{72}{5}, x = \frac{96}{5} \Rightarrow$ 三角形面積 $= 30 \times \frac{72}{5} \times \frac{1}{2} = 216$

解：令三角形的高 $h = 12t$ ，則 $16t + 9t = 30 \Rightarrow t = \frac{6}{5}$ ，故三角形面積 $= 30 \times \frac{72}{5} \times \frac{1}{2} = 216$



【知來核心（含 108 學年度最新完整模擬考彙整）】

1. 設坐標平面上 A 、 B 兩點都在第一象限內， O 為原點，直線 OA 的斜率為 1，直線 OB 的斜率為 3，且 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ，則直線 AB 的斜率為_____。

2. 在座標平面上， $\triangle ABC$ 的三個頂點分別為 $A(2,3)$ 、 $B(9,1)$ 、 $C(6,7)$ 。

設 P 為 $\triangle ABC$ 的內部一點，若 $\triangle PBC$ 的面積 = $\frac{2}{3} \triangle ABC$ 的面積，

則下列哪些選項是正確的？

- (A) P 點的解恰有 2 個
(B) P 點的解恰有 3 個
(C) P 點的解超過 4 個以上
(D) 連接合於條件的相異兩點，其斜率為 -2
(E) 連接合於條件的相異兩點，其斜率為 $-\frac{1}{2}$

先
試
數
學