

# 俞克斌杯

## 的核心 100 for 2019 大學入試學測 (21) 高次不等式

### 【觀念核心】

1. 領導係數取正 (最佳為 +1)
2. 將高次不等式視為高次多項方程式分解因式
3. 扣除恆正二次式
4.  $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)^2 < 0 \xrightarrow{\alpha < \beta < \gamma} x < \alpha$  或  $\beta < x < \gamma$ , 但  $x \neq \delta$   
 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)^2 \leq 0 \xrightarrow{\alpha < \beta < \gamma} x < \alpha$  或  $\beta < x < \gamma$ , 或  $x = \delta$   
 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)^2 > 0 \xrightarrow{\alpha < \beta < \gamma} \alpha < x < \beta$  或  $x > \gamma$ , 但  $x \neq \delta$   
 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta)^2 \geq 0 \xrightarrow{\alpha < \beta < \gamma} \alpha \leq x \leq \beta$  或  $x \geq \gamma$ , 或  $x = \delta$   
其餘依此類推

### 【鑑往核心】

1. 關於多項不等式：

$$x^2(x+5)(x+1)(x-4)(x-7) < (2x-3)(x+5)(x+1)(x-4)(x-7)$$

下列哪些選項是它的一個解？

- (1)  $-2\pi$  (2)  $-\pi$  (3)  $\pi$  (4)  $2\pi$  【99 數乙】

答：(2)(4)

解：原式  $\xrightarrow{\text{原式移項且提出}} (x^2 - 2x + 3)(x+5)(x+1)(x-4)(x-7) < 0$

$\xrightarrow{\text{扣除恆正 } x^2 - 2x + 3} (x+5)(x+1)(x-4)(x-7) < 0$

$\xrightarrow{\text{高次不等式}} -5 < x < -1$  或  $4 < x < 7$ ，而  $-5 < -\pi < -1$ 、 $4 < 2\pi < 7$ 。故選(2)(4)

### 【知來核心 (含 108 學年度最新完整模擬考彙整)】

1. 多項式不等式  $(x-1)(x-2^2)(x-3^2)(x-4^2)(x-5^2)(x-6^2)(x-7^2) < 0$

的解中，試求正整數解有多少個？

- (1) 23 個 (2) 24 個 (3) 25 個 (4) 26 個 (5) 27 個

【北區學測模】



2. 不等式  $(x^2 - x + 9)(x+6)(x+3)(x-5)(x-9) < (x+6)^2(x+3)(x-5)(x-9)$  .

下列哪些選項是它的一個解？

- (1)  $-2\pi$  (2)  $-\pi$  (3) 0 (4)  $\pi$  (5)  $2\pi$  .

3. 設  $f(x) = \begin{vmatrix} 9-x & 2 & 3 \\ 5 & 5-x & 4 \\ 6 & 4 & 4-x \end{vmatrix}$  . 則下列選項何者正確？

(1)  $f(14) = 0$

(2)  $f(x) = 0$  有一實根介於 4 與 5 之間

(3)  $f(2^x) = 0$  恰有正一實根

(4) 滿足  $f(x) > 0$  的正整數解共有 10 個

克斌數學

4. 整係數多項式  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，且  $f(\sqrt{41} - 5) = f(1+i) = 0$ ，  
則滿足  $f(x) < 0$  的整數解有 \_\_\_\_\_ 個。

5. 設實係數多項式  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，  
則下列哪些選項可能為不等式  $f(x) > 0$  之解？

(1)  $-1 < x < 0$  或  $1 < x < 2$

(2)  $0 < x < 2$  但  $x \neq 1$

(3)  $x < 1$  或  $x > 2$

(4)  $x < 1$  或  $x > 1$

(5) 所有的實數。

【中區模】

俞克斌數學

俞老師與你(妳)並肩作戰，直到勝利



6. 下列哪些多項式不等式的實數解是  $-1 < x < 3$  ?

(1)  $(x+1)(x-3) < 0$    (2)  $x^2(x+1)(x-3) < 0$    (3)  $(x+1)^3(x-3) < 0$

(4)  $(x+1)(x-3)(x^2-x+1) < 0$    (5)  $(x+1)(x-3)(x^3+4) < 0$ 。

[2019 最新學測模]

7. 滿足多項式不等式

$$x^2(x-7)(x-5)(x+4)(x+6) \leq (3x-4)(x-7)(x-5)(x+4)(x+6)$$

的實數  $x$  所形成的區間，其區間長度的總和為\_\_\_\_\_。

[2019 中區學測模]

俞克斌數學

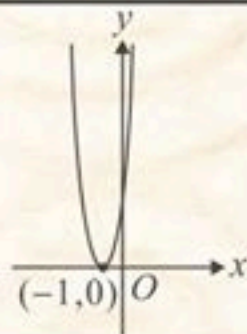
俞老師與你(妳)並肩作戰，直到勝利

8. 不等式  $(x^2 - 4x + 2)(3x - 7)(3x - 22) \leq 0$  的整數解有幾個？  
(1)3 (2)4 (3)5 (4)6 (5)7。

【2019 最新學測模】

9. 已知  $f(x)$  為實係數四次多項式函數，且首項係數為1，  
若  $y = f(x)$  的函數圖形如圖所示，且  $f(1 + 2i) = 0$ ，  
則  $f(x)$  的常數項為\_\_\_\_\_。

【2019 最新學測模】



俞  
克  
斌  
數  
學