

俞克斌杯

的核心 100 for 2019 大學入試學測 (28) 反函數

【觀念核心】

如果 f 和 g 是兩個函數， f 的值域是 g 的定義域，
而且 $y = f(x)$ 和 $x = g(y)$ 是一樣的意思，
則 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ ；
如果點 (α, β) 在 $y = f(x)$ 的圖形上，則 (β, α) 在 $y = g(x)$ 的圖形上。

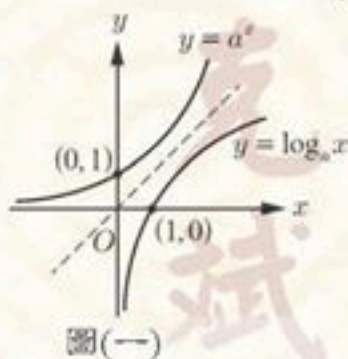
指數函數 $y = a^x$ 與對數函數 $y = \log_a x$ 的關係

$y = \log_a x$ 與 $y = a^x$ 圖形對稱於直線 $y = x$ ，

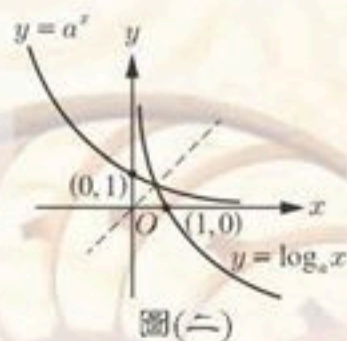
即點 (x_0, y_0) 在 $y = \log_a x$ 的圖形上 \Leftrightarrow 點 (x_0, y_0) 在 $y = a^x$ 的圖形上

稱 $y = \log_a x$ 與 $y = a^x$ 互為反函數。

(1) 當 $a > 1$ ，兩函數圖形如圖(一)。



(2) 當 $0 < a < 1$ ，兩函數圖形如圖(二)。



(3) 指數函數 $y = a^x$ 與對數函數 $y = \log_a x$ 的交點個數，可分：

- ① 無交點：例如 $a = 2$ 時
- ② 一文點：例如 $a = \frac{1}{2}$ 時
- ③ 二交點：例如 $a = \sqrt{2}$ 時
- ④ 三文點：例如 $a \in$ 區間 $\left(0, \frac{1}{e^e}\right)$ 時，其中 e 為自然對數的底數

【鑑往核心】

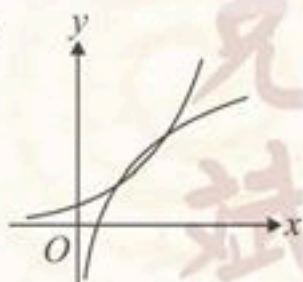
【知來核心（含 108 學年度最新完整模擬考彙整）】

1. 若 α 為 $\log_2 x + x - 2 = 0$ 的解， β 為 $2^x + x - 2 = 0$ 的解，則 $\alpha + \beta = ?$

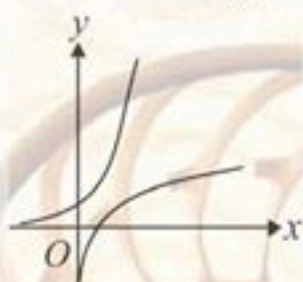
2. 已知 α 為 $3^x + x - 4 = 0$ 之根， β 為 $\log_3 x + x - 4 = 0$ 之根，則 $\alpha + \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 請問下列哪一個選項可以表示 $y = (\sqrt{2})^x$ 和 $y = \log_{\sqrt{2}} x$ 的圖形？

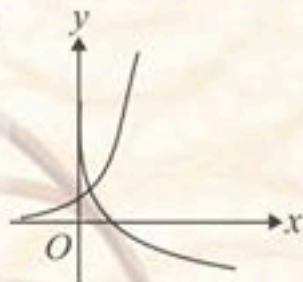
(1)



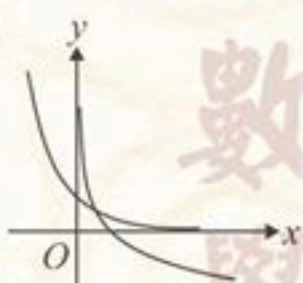
(2)



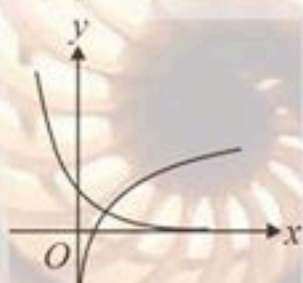
(3)



(4)



(5)



【北模】

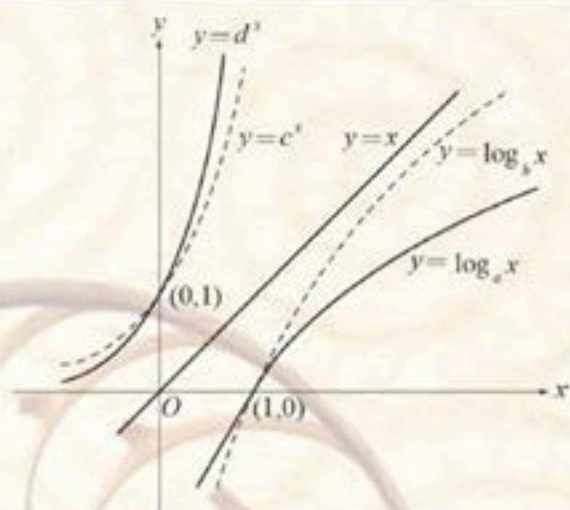
4. 下列各敘述何者為正確？

- (1) 設 $u > 0$ ，且 $7^u = 5^v = (0.5)^p = (0.7)^q$ ，則 $q < p < u < v$
- (2) 設 $u < 0$ ，且 $7^u = 5^v = (0.5)^p = (0.7)^q$ ，則 $u < v < p < q$
- (3) 若 $0 < a < b < 1$ 且 $0 < k < 1$ ，則 $\log_a k < \log_b k$
- (4) 若 $1 < b < a$ 且 $k > 1$ ，則 $\log_a k > \log_b k$
- (5) 設 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ ，若 $y = a^x$ 的圖形與 $y = \log_a x$ 的圖形有兩個交點，則 $1 < a < 2$ 。

【中女中學測模】

5. 設 a 、 b 、 c 、 d 皆為大於 1 的實數，右圖中有兩個指數函數與兩個對數函數的圖形，試選出正確的選項：

- (1) $d > c$
- (2) $c > a$
- (3) $\left(\frac{1}{b}\right)^{0.5} > \left(\frac{1}{a}\right)^{0.5}$
- (4) $\frac{d+d^3}{2} > d^2$
- (5) $\frac{2\log_b 2 + \log_b 5}{3} > \log_b 3$



【2019 最新學測模】

6. 下列選項中哪些選項的敘述是正確的？

(1) 函數 $f(x) = x^3$ 的圖形對稱於 $(0, 0)$

(2) 函數 $f(x) = x^3 - x$ 的圖形對稱於 $(0, 0)$

(3) 函數 $f(x) = |x|$ 的圖形對稱於 y 軸

(4) 函數 $f(x) = 2^x$ 與 $g(x) = 2^{-x}$ 的圖形對稱於 x 軸

(5) 函數 $f(x) = 2^{-x}$ 與 $g(x) = -\log_2 x$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ 。

【2019 最新學測模】



俞克斌數學

俞老師與你(妳)並肩作戰，直到勝利