

# 俞克斌杯杯

## 的核心 100 for 2019 大學入試學測 (30) 常用對數內插法、對數表

### 【觀念核心】

#### 1. 常用對數值：

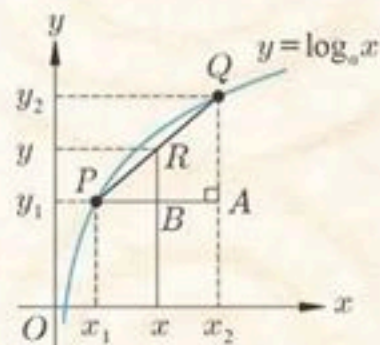
$$\begin{aligned} \log 1 = 0, & \quad \log 2 = 0.3010, & \quad \log 3 = 0.4771, & \quad \log 4 = 0.6020, \\ \log 5 = 0.6990, & \quad \log 6 = 0.7781, & \quad \log 7 = 0.8451, & \quad \log 8 = 0.9030, \\ \log 9 = 0.9542, & \quad \log 10 = 1 \end{aligned}$$

#### 2. (線性) 內插法

如右圖，已知  $\log_a x_1 = y_1$ 、 $\log_a x_2 = y_2$ ，  
在一小段範圍內，可以將誤差忽略，當  $x_1 < x < x_2$ ，

利用斜率 (或相似形)，亦即：
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

利用內分點公式，可求出  $y = \log_a x$  的近似值



#### 3. 常用對數表 (以 10 為底)：

x											表尾差								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	26	29	33	37
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1001	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.5	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
1.6	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
1.7	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
1.8	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
1.9	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.0	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19

舉例：(1)由外而內查表： $\log 1.34 = 0.1271$ 、 $\log 1.342 = 0.1277$

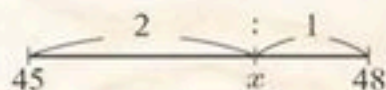
(2)由內而外查表： $0.2455 = \log 1.76$ 、 $0.2457 = \log 1.761$

### 【鑑往核心】

1. 設  $a, b, x$  皆為正整數且滿足  $a \leq x \leq b$  及  $b - a = 3$ 。若用內插法從  $\log a \cdot \log b$  求得  $\log x$  的近似值為  $\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4 \log 2 + \log 3)$ ，則  $x$  的值為\_\_\_\_\_。 【106 學測】

答：47

解：  $\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(\log 45) + \frac{2}{3}(\log 48)$   
 $\xrightarrow{b-a=3} a=45, b=48 \Rightarrow x = \frac{a+2b}{3} = 47$



2. 右表為常用對數表  $\log_{10} N$  的一部分：

請問  $10^{3.032}$  最接近下列哪一個選項？

- (1) 101  
 (2) 201  
 (3) 1007  
 (4) 1076  
 (5) 2012

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1001	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430

【101 學測】

答：(4)

解：  $\log 10^{3.032} = 3.032 \times \log 10 = 3 + 0.0320 \approx \log 10^3 + \log 1.076 = \log 1076$

其中  $\begin{cases} \log 1.07 = 0.0294 \\ \log x = 0.0320 \\ \log 1.08 = 0.0334 \end{cases} \Rightarrow \frac{0.0320 - 0.0294}{x - 1.07} = \frac{0.0334 - 0.0294}{1.08 - 1.07} \Rightarrow x = 1.0765$

3. 設  $a < b < 2^{10}$ ，其中  $\log a = 3$ 。已知利用  $\log a$ 、 $\log(2^{10})$  的值與內插法求得  $\log b$  的近似值為 3.0025，試問  $b$  的值最接近下列哪一個選項？（註： $\log 2 \approx 0.3010$ ）  
 (1) 1002 (2) 1006 (3) 1010 (4) 1014 (5) 1018。 【107 數乙】

答：(2)

解：內插法： $\frac{3.0025 - 3}{x - 1000} = \frac{3.010 - 3}{1024 - 1000} \Rightarrow x = 1006$ ，故  $3.0025 = \log 1006$

**【知來核心（含 108 學年度最新完整模擬考彙整）】**

1. 下表為常用對數表  $\log_{10} N$  的一部分：

$N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0532	0569	0607	0645	0682	0719	0755
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900

請問  $10^{2.48}$  最接近下列哪一個選項？

- (1)102 (2)248 (3)302 (4)348 (5)480。

【中文中學測模】

2. 若一上市公司從 2015 年至 2018 年發放的現金股利依序為 4 元、2 元、4 元、8 元，則該公司從 2016 年至 2018 年現金股利的平均成長率最接近下列哪一個選項？

$$\left( \text{註：2016 年現金股利的成長率} = \frac{2016 \text{ 年現金股利} - 2015 \text{ 年現金股利}}{2015 \text{ 年現金股利}} \right)$$

- (1)20% (2)26% (3)30% (4)35% (5)50%。

【2019 北區學測模①】

3. 2003年科學家發現蒂加登星 (Teegarden's Star)，其為一顆年齡至少有80 億歲的恆星，這代表圍繞著蒂加登星的行星可能有足夠的時間進化出高等生命。科學家們並於2019年6月確認有2顆相當類似地球的行星在蒂加登星身邊繞行，成功列入「適居太陽系外行星目錄」。

已知蒂加登星的視星等為15.4、絕對星等為17.47，

而星等換算公式為  $M = m + 5 \log_{10} \frac{d_0}{d}$

( $M$  為絕對星等， $m$  為視星等， $d_0$  約為32.616 光年， $d$  為與觀察者的距離)。

則由查表與內插法可得此蒂加登星距離我們約為\_\_\_\_\_光年。

(四捨五入至小數第二位) (已知  $\log 32.616 \approx 1.5134$ )

[2019 最新學測模]

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

俞克斌數學

俞老師與你(妳)並肩作戰，直到勝利