



克 斌 杯 杯 陪 你 領 先

108 課 網 第 二 冊

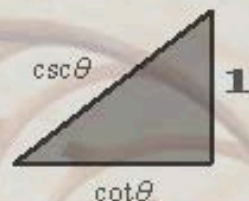
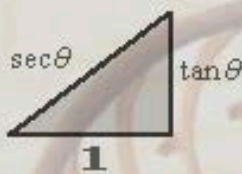
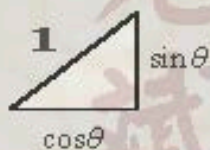
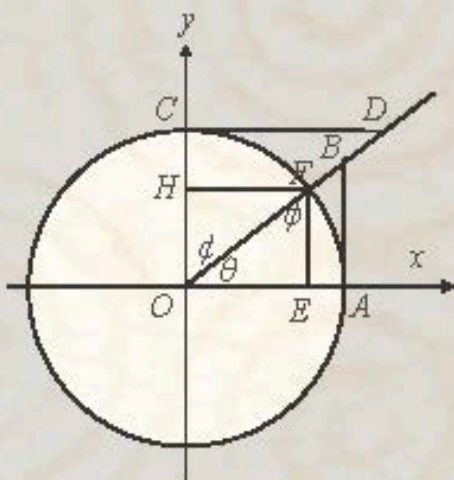
三角比 (科學班數資班用)

核 心 0

學 習 地 圖

1. 三角函數名稱由來：

- (1) \overline{EF} = 正對 θ 的「弦」, $\sin \theta$
- (2) \overline{AB} = 正對 θ 的「切線」, $\tan \theta$
- (3) \overline{OB} = 正對 θ 的「割線」, $\sec \theta$
- (4) \overline{OE} = 對於 θ 的「餘角 ϕ 」的「弦」, $\cos \theta$
- (5) \overline{CD} = 對於 θ 的「餘角 ϕ 」的「切線」, $\cot \theta$
- (6) \overline{OD} = 對於 θ 的「餘角 ϕ 」的「割線」, $\csc \theta$



2. 三角函數基本關係：

(1) 平方和關係：

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

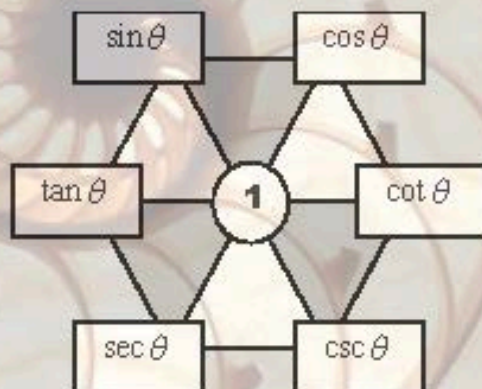
$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

(2) 倒數關係：

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$



(3) **商數**關係：

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

(4) **餘角**關係：

$$\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta) \quad \tan \theta = \cot(90^\circ - \theta) \quad \sec \theta = \csc(90^\circ - \theta)$$

3. 三角函數比大小：(在第一象限內， θ 為銳角)

型一：正餘函數各自作比較

型二：正餘函數彼此作比較

4. 特別角：

	30°	45°	60°	15°	75°	18°	36°
\sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$
\cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$
\tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$		

克斌數學

核心 1

基本關係綜合運用

1. 若 $\theta \in R$ ，則 $f(\theta) = (1 + \cos \theta) \times \sin^2 \theta$ 之最大值 =

此時 $\cos \theta =$ 。 [94 清華數學系申請入學試題]

答：
解：

2. 正方形 $ABCD$ 之對角線 $\overline{AC} = 1$ ， $E \in \overline{AB}$ ， $F \in \overline{BC}$ 且 $\angle BCE = \angle BAF = 30^\circ$ ，

\overline{CE} 交 \overline{AF} 於 G ，若 $\triangle AGE$ 與 $\triangle CGF$ 之內心分別為 I 、 I' ，

則 $\overline{II'} =$ 。 [2010ARML 個人賽]

答：
解：

3. 設 $f(x) = x^3 + x^2 + Bx + C$ ，若 $f(x) = 0$ 之三根為 $\sin^2 \alpha$ 、 $\cos^2 \alpha$ 、 $-\csc^2 \alpha$ ，

則 $f(5) =$ 。 [2010 美國 ARML 個人賽]

答：
解：

4. 證明：
$$\frac{2(\cos x - \sin x)}{1 + \sin x + \cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

證：

俞克斌數學