

# 台南女中 109 年(108 學年度) 高一上 第二次期中考試題

俞克斌老師編寫

## 一、單選題

1. 坐標平面上，直線  $L: 3x + y = 0$  對於  $y$  軸的對稱圖形的斜率為？

- (1)3 (2)-3 (3) $\frac{1}{3}$  (4) $-\frac{1}{3}$  (5)2。

答：(1)

解：直線  $L$  斜率  $-3$ ，對稱直線  $L'$  斜率  $+3$

2. 已知  $A(-2, 6)$ 、 $B(a, 2)$ ，若線段  $AB$  的中垂線  $L$  為  $3x + 2y + k = 0$ ，則  $a \times k =$

- (1)25 (2)-54 (3)-4 (4)-56 (5)6。

答：(4)

解：斜率  $m_{AB} \times m_L = \frac{-4}{a+2} \times \frac{-3}{2} = -1 \Rightarrow a = -8$

$\overline{AB}$  中點  $M(-5, 4) \in 3x + 2y + k = 0 \Rightarrow k = 7$

3. 若點  $(-1, 1)$  及  $(1, 2)$  分別在  $C: x^2 + y^2 + 3x + y + k = 0$  的內、外部，則下列何者可為  $k$  的值？

- (1)-7 (2)0 (3)4 (4)-11 (5)1。

答：(1)

解： $f(x, y) = x^2 + y^2 + 3x + y + k$ ， $f(-1, 1)f(1, 2) < 0 \Rightarrow [k][k+10] < 0 \Rightarrow -10 < k < 0$

4. 已知直線  $L: 3x + y - 5 = 0$  與圓  $C: (x+2)^2 + (y-1)^2 = 35$  交於

$A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  兩點，求  $x_1 + x_2 =$

- (1) $-\frac{1}{2}$  (2)-2 (3) $-\frac{2}{3}$  (4)2 (5) $-\frac{3}{2}$ 。

答：(4)

解： $L: 3x + y - 5 = 0$ ，過圓心  $(-2, 1)$  且與  $L$  垂直之直線  $L'$

為  $x - 3y + 5 = 0$ ，而  $L$ 、 $L'$  交於  $M(1, 2)$ ，又  $\frac{x_1 + x_2}{2} = 1$ ，故  $x_1 + x_2 = 2$

5. 在坐標平面上的圓  $C: (x-6)^2 + (y-8)^2 = 16$  上，共有幾個點與直線  $4x - 3y + 35 = 0$  的距離正好是整數值？

- (1)14 (2)15 (3)16 (4)17 (5)18。

答：(3)

解： $d((6, 8), 4x - 3y + 35 = 0) = \frac{|24 - 24 + 35|}{5} = 7$

當距離為  $7 - 4 = 3$ ， $7 + 4 = 11$  時，對應圓上各 1 點

當距離為4, 5, 6, …, 10時, 對應圓上各2點  
共  $2 \times 1 + 7 \times 2 = 16$  個點

## 二、多選題

1. 下列各點哪些是不等式  $3x + 4y > 20$  的解?

- (1)(1, 5) (2)(2, 2) (3)(3, 2) (4)(4, 1) (5)(5, 2)。

答: (1)(5)

2. 平面上有三條直線  $L_1: 2x + 3y = 5$ ,  $L_2: x + 2y = 7$ ,  $L_3: kx + y = -4$ ,  
若  $L_1, L_2, L_3$  可圍成一個三角形, 則下列何者可為  $k$  的值?

- (1) $\frac{2}{3}$  (2) $-\frac{2}{3}$  (3)2 (4) $\frac{13}{11}$  (5) $\frac{1}{2}$ 。

答: (2)(3)

解:  $L_1 \parallel L_3 \Rightarrow -\frac{2}{3} = -k \Rightarrow k = \frac{2}{3}$   
 $L_2 \parallel L_3 \Rightarrow -\frac{1}{2} = -k \Rightarrow k = \frac{1}{2}$  } 不能圍成三角形  
 $L_1, L_2, L_3$  交於  $(-11, 9) \Rightarrow k = \frac{13}{11}$

3. 已知  $A(2, 3)$ 、 $B(-4, 5)$ , 若  $AB$  與  $L: 3x + 2y + k = 0$  相交, 則  $k$  可為哪些選項?

- (1)-3 (2)-1 (3)4 (4)2 (5)3。

答: (1)(2)(4)

解:  $f(x, y) = 3x + 2y + k$ ,  $f(2, 3)f(-4, 5) \leq 0 \Rightarrow [k + 12][k - 2] \leq 0 \Rightarrow -12 \leq k \leq 2$

4. 在坐標平面上, 若不等式組  $\begin{cases} x + 2y \geq -4 \\ -1 \leq x \leq 3 \\ y \leq k \end{cases}$  表示的區域為一個三角形及其內部,

則  $k$  可為哪些選項?

- (1) $-\frac{3}{2}$  (2) $\frac{2}{3}$  (3)-2 (4) $-\frac{7}{2}$  (5)4。

答: (1)(3)

解: 當  $k > \frac{-3}{2}$ , 圍出梯形。當  $-\frac{7}{2} < k \leq -\frac{3}{2}$ , 圍出三角形。當  $k \leq -\frac{7}{2}$ , 無圖形

5. 在坐標平面上, 已知圓  $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ , 直線  $L: 3x - 4y + k = 0$ ,  
下列敘述何者為正確?

- (1)圓  $C$  的半徑為9  
 (2)若  $L$  與圓  $C$  有最大的割線段長, 則  $k = 8$   
 (3)若  $k = 10$  時, 圓  $C$  上恰有3點到  $L$  距離為2  
 (4)若  $k = -2$  時, 則  $L$  與  $C$  交於相異兩點  
 (5)若  $L$  與  $C$  不相交, 此時  $k$  可能為-6。



答：(4)(5)

解：(1)  $C : (x+2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$ ，圓心  $O(-2,1)$ ，半徑  $r=3$

(2) 當  $L$  過圓心，有最大割線段  $\Rightarrow k=10$

(3) 應有 4 點

$$(4) d(O(-2,1), 3x-4y-2=0) = \frac{|-6-4-2|}{5} = \frac{12}{5} < 3$$

$$(5) d(O(-2,1), 3x-4y+k=0) = \frac{|-6-4+k|}{5} = \frac{|k-10|}{5} > 3$$

$\Rightarrow k > 25$  或  $k < -5$  時， $L$  與  $C$  不相交

### 三、填充題

1. 已知點  $P(1,0)$  在圓  $C : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$  上，試求過點  $P$  且與圓  $C$  相切之切線方程式為\_\_\_\_\_。

答：  $2x - y - 2 = 0$

解：  $P(1,0) \in C : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$

切線：  $(1)x + (0)y - 3(x+1) + 1(y+0) + 5 = 0 \Rightarrow 2x - y = 2$

2. 如右圖，設  $A(1,2)$ 、 $B(3,-2)$ 、 $C(-3,0)$ ，

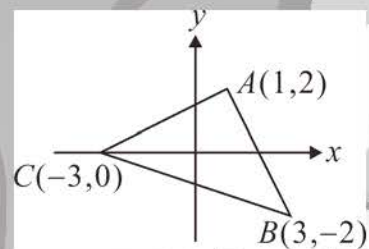
直線  $L : y = mx - 3m - 2$  平分  $\triangle ABC$  面積，

則  $m =$ \_\_\_\_\_。

答：  $-\frac{3}{4}$

解：  $L : (y+2) = m(x-3)$  必過點  $B$

當  $L$  過  $\overline{AC}$  中點  $M(-1,1)$  時， $L$  平分  $\triangle ABC$  面積  $\Rightarrow m = -\frac{3}{4}$



3. 過圓外一點  $P(4,2)$  作圓  $C : x^2 + y^2 - 2x + 8y - 6 = 0$  的切線，求該切線段長為\_\_\_\_\_。

答：  $\sqrt{22}$

解： 切線段長  $= \sqrt{4^2 + 2^2 - 2 \times 4 + 8 \times 2 - 6} = \sqrt{22}$

解：  $C : (x-1)^2 + (y+4)^2 = 23$ ， $d((4,2), (1,-4)) = 3\sqrt{5}$

切線段長  $= \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - (\sqrt{23})^2} = \sqrt{22}$



4. 設  $\triangle ABC$  中， $A(2,-5)$ 、 $B(5,4)$ ，垂心  $H(1,2)$ ，試求  $C$  點坐標為\_\_\_\_\_。

答：  $C(-2,3)$

解：  $m_{AH} \times m_{BC} = \frac{-7}{1} \times \frac{y-4}{x-5} = -1 \Rightarrow x - 7y + 23 = 0$

$m_{BH} \times m_{CA} = \frac{1}{2} \times \frac{y+5}{x-2} = -1 \Rightarrow 2x + y + 1 = 0$

$C(x,y) = (-2,3)$