

全國公私立 107 學年度學科能力測驗第一次模擬考試

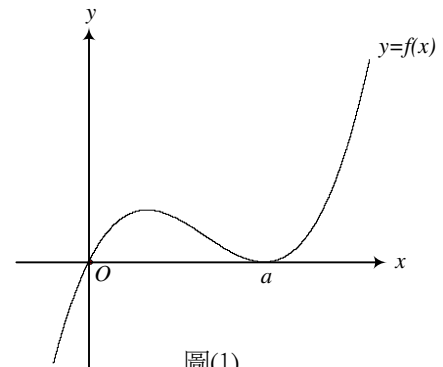
107.07.26



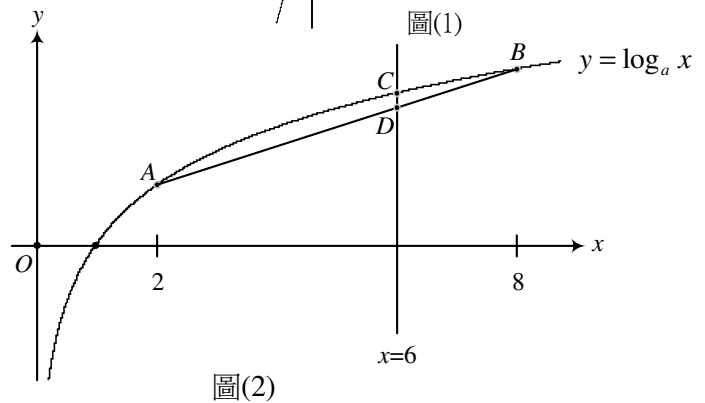
RA190

一、單選題(占 30 分)

- π 為圓周率，已知半徑為 r 的球體其體積為 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，表面積為 $S = 4\pi r^2$ 。若將兩者關係表成 $V = 2^m \times 3^n \times \pi^p \times S^q$ ，其中 $m、n、p、q$ 皆為有理數，則 $m-n+p-q$ 為下列何值？
 (1) 2 (2) 1 (3) 0 (4) -1 (5) -2
- $\log_2 10 \approx 3.32$ ， $\log_2 a \approx 28.22$ ，請問 $\log_{10} a$ 最接近下列何值？
 (1) 31.54 (2) 24.90 (3) 93.79 (4) 8.50 (5) 15.77
- 令 $p = \frac{\log_{10} 3}{3}$ ， $q = \frac{\log_{10} 4}{4}$ ， $r = \sqrt[3]{3}$ ，則對於 $p、q、r$ 的大小關係，下列哪一選項是正確的？
 (1) $r > p > q$ (2) $r > q > p$ (3) $q > r > p$ (4) $p > q > r$ (5) $p > r > q$
- 若已知 $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$ ，則 $\left|x^3 - \frac{1}{x^3}\right| - 9$ 之值為下列何者？
 (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8
- 三次多項式函數 $f(x) = 0.0002x^3 - 0.04x^2 + 2x$ 的圖形如圖(1)，請問 a 為下列何值？
 (1) 10 (2) 20 (3) 30 (4) 50 (5) 100



- 如圖(2)，在坐標平面上 $A(2,1)$ 、 $B(8,b)$ 為 $\Gamma: y = \log_a x$ 的圖形上兩點，直線 $x=6$ 分別與 Γ 的圖形及線段 \overline{AB} 交於 $C、D$ 兩點，則線段 \overline{CD} 的長度最接近下列何值？



- (1) 0.23 (2) 0.24 (3) 0.25
 (4) 0.26 (5) 0.27

二、多選題(占 30 分)

- 已知 $x、y$ 為實數，下列哪些敘述恆成立？
 (1) $x^2 + y^2 \geq 6(x+y-3)$ (2) 若 $x \geq y$ ，則 $x \geq \frac{x+2y}{3} \geq y$
 (3) 若 $x \geq 0, y \geq 0$ ，則 $2\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{4x+y}$
 (4) $|x+1| + |x-3|$ 之最小值為 4 (5) $|x+1| - |x-3|$ 之最小值為 -4
- 方程式 $2018(x-1)(x-3)(x-5) - 107(x-2)(x-4)(x-6) = 0$ 在下列哪兩個相鄰整數之間有實根？
 (1) 0, 1 (2) 1, 2 (3) 2, 3 (4) 3, 4 (5) 4, 5

9. 已知 a, b 為實數， $f(x) = x^4 - 10x^3 + ax^2 - 118x + b$ 。若 $2 + 3i$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的一根，則下列哪些敘述是正確的？
- (1) $a = 37$ (2) $b = 130$ (3) $2 - 3i$ 是方程式 $f(x) = 0$ 的根
 (4) $3 + i$ 是方程式 $f(x) = 0$ 的根 (5) $-3 + i$ 是方程式 $f(x) = 0$ 的根
10. 在坐標平面上，將 $\Gamma_1: y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 的圖形沿水平方向右移 2 單位，再沿鉛直方向下移 1 單位，可得 $\Gamma_2: y = g(x)$ 的圖形，則下列哪些敘述是正確的？
- (1) Γ_1 的頂點為 $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ (2) $g(x) = \frac{1}{3}(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{3}{4}$
 (3) 當 $-1 \leq x \leq 3$ 時， $y = g(x)$ 的最大值為 6
 (4) 當 $-1 \leq x \leq 3$ 時， $y = g(x)$ 的最小值為 $-\frac{3}{4}$
 (5) 點 $(-\frac{20}{9}, \frac{-103}{243})$ 是 Γ_1 與 Γ_2 的一個交點
11. 直線 $y = x$ 依序與 $y = 2^{-x}$ ， $y = \log_2(-x)$ 交於 A, B 兩點；直線 $y = -x$ 依序與 $y = 2^x$ ， $y = \log_2 x$ 交於 C, D 兩點，則下列哪些敘述是正確的？
- (1) 點 B 在第一象限 (2) 點 C 在第二象限 (3) A, B 兩點關於原點對稱
 (4) A, D 兩點關於 y 軸對稱 (5) A, B, C, D 四點所決定的凸四邊形面積小於 2
12. 已知 a, b 皆為實數，若 $2.5 < \log a < 3$ 且 $-3 < \log b < -2.5$ ，則下列哪些敘述是正確的？
- (1) a 的整數部分為二位數 (2) a 的最高位數字可能是 4
 (3) b 為小數且其小數點後第一個不為 0 的數字可能是 5
 (4) ab 的整數部分可能是 1 (5) $\frac{a}{b}$ 的整數部分是六位數

三、選填題(占 40 分)

A. 已知 a, b, c 皆為實數，多項式 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 同時可被 $x^2 - 3x + 2$ 及 $x^2 - 5x + 6$ 整除，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. 在地面上有 A, B, C 三點，且知 $\overline{AB} = 60$ 公尺， $\overline{BC} = 120$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ 。今有甲、乙兩人，甲由 A 沿著直線 AB 等速走到 B ，乙由 B 沿著直線 BC 等速走到 C ，若兩人同時出發，也同時到達。則在行進過程中，甲、乙兩人之間的最短距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公尺。

C. 二次不等式 $x^2 - 2kx + 1 < 0$ 恰有 9 個整數解，則自然數 $k =$ _____。

D. 若 $\frac{1}{\log_{32} a} - \frac{1}{\log_{16} a} + \frac{1}{\log_8 a} - \frac{1}{\log_4 a} + \frac{1}{\log_2 a} = 1$ ，則 $a =$ _____。

E. 已知 $0 < x < 1$ ，則 $5 + \log_2 x + \log_x 16$ 的最大值為 _____。

F. 不等式 $2^{3-\frac{x}{4}} + 7 \times 2^{-\frac{x}{8}} - 1 < 0$ 的解為 $x > \alpha$ ，則 $\alpha =$ _____。

G. 已知已知 a 、 b 皆為正實數，若 $y = |x - a| + b|x - 2|$ 的圖形通過 $(0, 3)$ 及 $(1, 2)$ 兩點，則數對 $(a, b) =$ _____。(化為最簡分數)

H. 某種有害人體的 Y 病菌在人體內每小時會由 1 個分裂成 2 個。當人體內的 Y 病菌達 1000 萬個時，身體便會出現不適症狀。若某人一開始將 100 個 Y 病菌吸入體內，則將在 _____ 小時身體開始出現不適症狀。(取整數)

RA190 全國公私立 107 學年度學科能力測驗第一次模擬考試 參考答案

一、1. (5) 2. (4) 3. (1) 4. (2) 5. (5) 6. (3)

二、7. (1)(2)(3)(4) 8. (1)(3)(5) 9. (2)(3)(4) 10. (1) (4) 11. (2)(3)(5) 12. (2)(4)(5)

三、A. 11 B. $24\sqrt{5}$ C. 5 D. 8 E. 1 F. 24 G. $(\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ H. 17