

# 倒數 30 天

## 衝刺 300 題

### 六冊五輪總複習

俞克斌 杯杯 在奪標終點線等你(妳)

#### 第二冊第四輪 (每日 10 題 時間 50 分鐘)

##### 基本必考題

1. 設等差數列  $\{a_n\}$  滿足  $3a_8 = 5a_{13}$  且  $a_1 > 0$ ，設  $S_n$  為其前  $n$  項之和，則  $S_n$  中最大的是？  
(1)  $S_{10}$  (2)  $S_{11}$  (3)  $S_{20}$  (4)  $S_{21}$  (5)  $S_{22}$ 。

答：(3)

2. 下列哪些選項是正確的？

(1)  $P_{32}^{50} < C_{32}^{50}$       (2)  $C_{32}^{50} > H_{32}^{50}$       (3)  $50^{32} > H_{32}^{50}$   
(4)  $C_{38}^{50} + C_{39}^{50} > C_{12}^{51}$       (5)  $2012! + 2013! = 2014!$

答：(3)

3. 某高中舉行語文能力競賽，競賽項目有演說、朗讀及作文三項。競賽規則如下：  
(1) 每一競賽項目每班需派出 1 至 2 人參加  
(2) 演說及朗讀在同一時段舉行，每位同學只能擇一參加  
(3) 作文比賽時段與演說、朗讀時段不同，每位同學皆可參加  
高一甲班推派  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三位同學參加這次比賽，且這三位同學都至少參加一項，則學藝股長填寫報名表的方式有 \_\_\_\_\_ 種。

答：54

4.  $A = 1999^{13}$ ， $A$  除以 100 的餘數為 \_\_\_\_\_。

答：99

5. 甲、乙兩人玩猜數字遊戲，先由甲心中想一個數字，記為  $a$ ，再由乙猜甲剛才所想的數字，把乙猜的數字記為  $b$ ，其中  $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，若  $|a - b| \leq 1$ ，就稱甲乙“心有靈犀”。若小新與小橘兩人玩這個遊戲，則他們“心有靈犀”的機率為：  
(1)  $\frac{1}{9}$  (2)  $\frac{2}{9}$  (3)  $\frac{7}{18}$  (4)  $\frac{4}{9}$  (5)  $\frac{11}{18}$ 。

答：(4)

6. 設  $A$ 、 $B$  為兩事件，且滿足  $P(A|B) = \frac{2}{3}$ ， $P(B') = \frac{1}{4}$ ， $P(A-B) = \frac{1}{6}$ 。

請選出正確的選項：

(1)  $P(A) = \frac{11}{12}$    (2)  $P(B|A) = \frac{1}{3}$    (3)  $P(A \cup B) = \frac{11}{12}$    (4)  $P(A' \cap B) = \frac{1}{4}$

(5)  $P(B-A) = \frac{5}{6}$ 。

答：(3)(4)

### 進階必勝題

1. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  是等比數列， $a_n$  均為正實數，其中  $n$  為正整數，且  $a_1 = \frac{9}{8}$ 、 $a_3 = \frac{1}{8}$ ，

定義  $b_n = \log_2 a_n$ ，則下列敘述何者正確？

(1)  $b_1, b_2, b_3, b_4$  為等差數列

(2)  $b_2 > -1$

(3)  $b_2 + b_4 = -6$

(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$

答：(1)(3)

2. 已知自行車主要由車架、變速系統、輪組，三個主要部位所組成，

車架常見的材質有鐵、鋁合金、鋼、碳纖維，共 4 種；

變速系統則由最高級至最基本分為 6 個等級；

輪組則大致分為練習輪、競速輪、職業比賽輪 3 個等級，

請選出正確的選項：

(1) 三個主要部位任選一種組裝成一臺自行車，共有 84 種組合法

(2) 任取一臺組合好的自行車，並要求第二臺車的三個主要部位，

使用的零件均與第一臺車不同，則第二臺車共有 30 種組合法

(3) 若碳纖維車架只使用前 2 個等級的變速系統，鐵車架只會配練習輪，

則共有 52 種組合法

(4) 若前 3 個等級的變速系統不搭配鐵車架，後 2 個等級的變速系統只搭配練習輪，

則共有 47 種組合法

(5) 思達公司研發出新的電子變速系統，每臺自行車可以選擇是否加裝電子變速，

但電子變速不會出現在鐵車架或後 3 個等級的變速系統，

則所有自行車共有 99 種組合法。

答：(2)(4)(5)

3. 若  $n$  為正整數，已知  $\frac{1}{k+1} C_k^n = \frac{1}{n+1} C_{k+1}^{n+1}$ ，且  $\sum_{k=0}^n \left( \frac{(-1)^k}{k+1} \times C_k^n \right) = \frac{1}{31}$ ，

試求  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答：30

4. 將10顆大小一樣的球，分別寫上編號1、2、...、10後放入一箱子中。  
從這箱子中任意取出三球，則這三球的編號乘積為4的倍數的機率為何？
- (1)  $\frac{5}{12}$    (2)  $\frac{1}{2}$    (3)  $\frac{7}{12}$    (4)  $\frac{2}{3}$    (5)  $\frac{3}{4}$ 。

答：(4)

